

# Aggregation Operators for Multicriteria Decision Aid

Jean-Luc Marichal

## Résumé de la thèse

Dans de nombreux domaines, nous sommes souvent amenés à agréger une série de valeurs numériques en un seul nombre, souvent appelé moyenne. L'objet principal de cette thèse est d'étudier différents types de procédures d'agrégation dans des problèmes d'aide multicritère à la décision. Dans ce type de problèmes, les valeurs à agréger sont rassemblées dans un tableau de scores et représentent les évaluations d'un certain nombre d'actions par rapport à différents critères. Des opérateurs d'agrégation sont proposés pour obtenir un score global pour chaque action en prenant en compte les critères donnés. Ces nouveaux scores sont alors exploités en vue d'établir une recommandation.

Nous ne nous intéressons pas à toutes les phases des problèmes de décision multicritère, mais simplement à l'étape d'agrégation. On sait que pour la plupart des méthodologies, une étape d'agrégation existe, mais les quantités à agréger peuvent être de différentes natures (principalement des scores, des degrés de satisfaction ou de préférence).

La contribution principale de cette thèse est la prise en compte des interactions entre les critères. Il n'y a pas si longtemps, les critères étaient supposés indépendants et l'opérateur d'agrégation qui était souvent utilisé était la moyenne arithmétique pondérée, avec tous ses défauts bien connus. Un tel opérateur n'est pas convenable lorsque l'on considère des critères qui interagissent. Ce problème a pu être surmonté grâce à l'apport des intégrales floues, telles que les intégrales de Choquet et de Sugeno. Nous étudions en détail ces deux grandes familles, ainsi que quelques autres.

Dans le premier chapitre, nous donnons certaines définitions formelles relatives au problème de l'agrégation. En particulier, le concept d'opérateur d'agrégation (étendu ou non) est présenté. Comme exemples privilégiés, les opérateurs de type moyennes sont étudiés.

Ensuite, nous introduisons brièvement le cadre de l'aide multicritère à la décision, et particulièrement l'étape d'agrégation.

Dans le chapitre 2, nous présentons une liste de propriétés qui pourraient être requises d'un opérateur d'agrégation. Ces propriétés sont divisées en trois catégories. La première contient certaines propriétés élémentaires telles que la continuité ou la croissance. La seconde est consacrée aux propriétés de stabilités relatives aux échelles utilisées pour définir les scores. La troisième renferme des conditions plus techniques sur la manière de construire la valeur agrégée.

Dans le chapitre 3, nous considérons certaines familles particulières d'opérateurs d'agrégation, ainsi que des caractérisations axiomatiques de ces familles à partir des propriétés introduites au chapitre 2. Nous commençons en présentant la théorie des moyennes quasi-arithmétiques, construites à partir de l'équation de bisymétrie ou de la condition de

décomposabilité. Nous généralisons cette famille en abandonnant la condition de stricte croissance. Nous présentons ensuite la théorie des fonctions associatives, dans laquelle nous généralisons certaines caractérisations. Nous étudions également des opérateurs qui sont adaptés pour des valeurs définies sur des types d'échelle particuliers, spécialement sur les échelles ordinales.

Au chapitre 4, nous discutons de la nécessité d'utiliser les concepts de mesure et d'intégrales floues pour aborder l'agrégation de critères interactifs. Deux grandes classes d'intégrales floues sont étudiées et caractérisées: les intégrales de Choquet et de Sugeno. Des sous-familles de ces intégrales sont également examinées, et l'intersection des deux familles est décrite entièrement.

Le chapitre 5 traite des indices d'importance des critères et des indices d'interaction parmi des sous-ensembles de critères. Ces indices, qui proviennent d'une comparaison entre l'analyse multicritère et la théorie des jeux, nous apportent une meilleure compréhension des phénomènes d'interaction entre les critères. Nous montrons aussi que ces indices d'interaction, en tant que fonctions d'ensembles, forment des représentations équivalentes de la mesure floue qui pondère les critères.

Au chapitre 6, nous examinons l'agrégation de critères interactifs lorsque les scores sont définis sur des échelles cardinales. L'utilisation de l'intégrale de Choquet, en tant qu'opérateur d'agrégation est justifiée dans ce contexte. En plus des indices d'importance et d'interaction présentés au chapitre 5, plusieurs concepts, tels que les degrés de veto et de faveur, sont introduits pour mettre en évidence les propriétés comportementales de l'intégrale de Choquet et pour faciliter l'interprétation de la mesure floue associée. Le problème inverse de l'identification de la mesure floue à partir de ces considérations sémantiques, mais aussi à partir de données d'apprentissage, est également étudié.

Nous abordons aussi le difficile problème de l'agrégation de valeurs définies sur des échelles ordinales. L'utilisation de l'intégrale de Sugeno est alors proposée dans certaines situations. Cette intégrale représente en fait l'équivalent qualitatif de l'intégrale de Choquet.

Le chapitre 7 traite du problème de l'approximation d'une fonction d'ensembles par une autre qui a une forme plus simple. Une telle opération est aussi proposée pour le cas particulier des mesures floues et des intégrales de Choquet. L'approximation de l'intégrale de Choquet par une moyenne arithmétique pondérée est traitée en détail.