

UNIVERSITE CATHOLIQUE DE LOUVAIN
FACULTE DES SCIENCES

**13.9 HEURES EST UNE PERIODE DE RESONANCE
DES OCEANS ATLANTIQUE ET INDIEN**

Thèse annexe présentée
en vue de l'obtention du grade
de Docteur en Sciences

par **Olivier FRANCIS**

Louvain-la-Neuve
Septembre 1993

Introduction

En 1986, en analysant les mesures du gravimètre supraconducteur installé à Bruxelles, Melchior et Ducarme ont détecté une raie spectrale d'une période de 13.9 heures. Ils trouvèrent que l'amplitude de ce pic (d'environ 10-15 nanogal) fluctue et qu'elle est amplifiée immédiatement après deux tremblements de terre profond de magnitude 7.2. Ils attribuèrent les perturbations gravimétriques observées à des modes propres du noyau liquide qui auraient été excités par ces tremblements de terre.

Depuis, Dehant et al. [1993] ont réanalysé les mesures et confirmé l'existence de pics spectraux de périodes comprises entre 13h et 18 h et en particulier à 13.9 heures. Par contre, ils apportent un ensemble d'éléments en défaveur d'une détection des modes normaux du noyau liquide par le gravimètre supraconducteur. En effet, ce travail a montré que l'apparition des fluctuations en 13.9 heures précède parfois les tremblements de Terre. Dès lors, une autre origine de ces fluctuations a été recherchée plus précisément dans les perturbations atmosphériques et océaniques. De fortes corrélations entre le spectre des mesures du gravimètre supraconducteur et le spectre des données de la pression atmosphérique à Bruxelles ainsi que celui des variations du niveau de la mer à Ostende ont été mises en évidence.

Les effets de la pression atmosphérique seuls n'apportent pas une explication satisfaisante car les fluctuations à une période de 13.9 heures ne sont pas observées par le gravimètre supraconducteur installé à Bad Homburg. Par contre, des perturbations d'origine océanique semblent fournir une explication plus convainquante car, Bad Homburg étant plus éloigné de la mer que Bruxelles, les effets gravimétriques des modes propres des océans étant plus faibles sont noyés dans le bruit instrumental.

Dans ce contexte, prouver l'existence d'un mode propre d'une période de 13.9 heures dans les océans Atlantique et Indien apporte un nouvel élément pour interpréter les observations du gravimètre supraconducteur de Bruxelles et permettre de répondre à la question : a-t-on observé un mode propre du noyau liquide ou un mode propre des océans Atlantique et Indien?

La démonstration que nous proposons repose sur deux approches. La première consiste en une détermination des fréquences de résonance à l'aide d'un modèle hydrodynamique. Ensuite, nous avons tenté de mettre en évidence l'existence des modes propres des océans en analysant par ondelettes un enregistrement marégraphique.

Etude des fréquences de résonance du modèle CEFMO

Le modèle hydrodynamique CEFMO (Code aux Eléments Finis pour les Marées Océaniques) a été développé à l'origine par Leprovost et Vincent [1986]. Les équations de ce modèle sont celles des ondes longues intégrées sur la verticale et écrites en coordonnées sphériques. Le modèle est spectral en temps; pour chaque onde, les inconnues à valeurs complexes sont: α la dénivellation de la surface libre, μ et v les deux composantes horizontales de la vitesse. Les deux équations du mouvements et l'équation de continuité s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} (j\omega + r) \mu + (r' - f) v + \frac{g}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \alpha = F_{\mu} \\ (r'' + f) \mu + (j\omega + r''') v + \frac{g}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} \alpha = F_v \\ j\omega \alpha + \frac{1}{a \cos \varphi} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} (H\mu) + \frac{\partial}{\partial \varphi} (Hv \cos \varphi) \right] = F_{\alpha} \end{array} \right. \quad (1)$$

avec

λ, φ	longitude et latitude
r, r', r'', r'''	coefficients quasi-linéarisés d'une loi de frottement quadratique pour la dissipation de l'énergie
H	topographie au repos
ω	fréquence de l'onde de marée
f	paramètre de Coriolis
a	rayon de la terre
g	accélération de la pesanteur
F_{μ}, F_v	forçages horizontaux du potentiel astronomique des marées
F_{α}	terme source de l'équation de continuité

Les conditions aux limites sont une vitesse normale nulle le long des frontières fermées. On peut transformer le système (1) en une équation aux dérivées partielles du second ordre, elliptique et à coefficients non constants ne comportant plus que α comme inconnue :

$$j\omega \cos \varphi \alpha + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(B \frac{1}{\cos \varphi} \frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} - D \frac{\partial \alpha}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(A \cos \varphi \frac{\partial \alpha}{\partial \varphi} - C \frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} \right) = F \quad (2)$$

avec

$$F = F_{\alpha} \cos \varphi + \frac{a}{g} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} (B F_{\mu} - D F_v) + \frac{\partial}{\partial \varphi} ((A F_v - C F_{\mu}) \cos \varphi) \right] \quad (3)$$

où les coefficients A, B, C et D dépendent de $r, r', r'', r''', H, \omega$ et f .

C'est l'équation qui est résolue par le code CEFMO. Supposons que α_s soit une solution du modèle, on peut alors écrire l'équation précédente plus simplement :

$$\left\{ \begin{array}{l} A(\omega) \alpha_s = F \quad \text{où } A(\omega) \text{ est l'opérateur aux dérivées partielles} \\ \text{et } \alpha_s \text{ vérifie les conditions aux limites} \end{array} \right. \quad (4)$$

L'équation (4) est ensuite écrite sous forme variationnelle. Une approximation numérique de la solution α_s est obtenue par la méthode des éléments finis. On trouvera dans Vincent [1987], par exemple, les conditions qui assurent l'existence et l'unicité de la solution.

La stratégie, que nous avons adoptée pour déterminer les fréquences de résonance et en particulier celle dont la période est de 13.9 heures, consiste à former la matrice éléments finis A sans forçage ($F=0$) et d'étudier le comportement de son conditionnement en fonction de la fréquence pour laquelle les équations sont résolues. Numériquement, les fréquences de résonance se signalent par une détérioration du conditionnement du système linéaire à résoudre. Intuitivement, la raison en est simple : pour que le système homogène ait une solution non nulle, il faut que le rang de la matrice carrée A soit strictement inférieur à sa dimension, et que donc son conditionnement numérique soit très mauvais.

Dans le cadre de cette thèse annexe, nous nous sommes limité à l'étude des périodes de résonance dans les océans Atlantique et Indien et pour une bande de période comprise entre 13.5 et 14.5 heures afin de rester dans des coûts numériques raisonnables. Le maillage éléments finis, qui a été utilisé, est représenté sur la Figure 1. Les Figures 2 présentent le conditionnement de la matrice aux éléments finis A en fonction des périodes pour lesquelles les équations sont résolues. Les trois courbes correspondent à des séries de coefficients de frottement tels que : $r = r'' = 0$ et $r = r''$ (sous ces hypothèses le problème traité est purement linéaire) et le coefficient de Chezy habituel dans la loi de dissipation quadratique a été choisi égal respectivement à : 0 (pas de friction), $2.5E-03$ (valeur communément adoptée) et $5E-03$ (valeur excessive). Ces trois simulations montrent que, comme on s'y attend, lorsque la valeur du coefficient de friction augmente, celle du conditionnement de la matrice A diminue et les pics de résonance, en s'élargissant, finissent par se confondre.

La simulation avec un coefficient de Chezy de $2.5 E-03$ correspond aux conditions les plus réalistes. On trouve comme périodes de résonance : 13.575, 13.8, 13.9, 14.15, et 14.35 heures. Nous avons donc identifié numériquement une période de résonance de 13.9 heures dans les océans Atlantique et Indien. Pour être plus complet, il conviendrait de confirmer l'existence de cette période pour un domaine discrétisé plus finement au niveau des contours (réalisme géométrique) et de la bathymétrie (paramètre sensible de la résonance).

Observation de fréquences de résonance

Nous avons tenté de détecter les fréquences de résonance dans un enregistrement d'un marégraphe installé à Praia dans les îles du Cap Vert. La durée de l'enregistrement dont nous disposons est de 6 mois. Après soustraction d'une prédiction de la marée et filtrage de la série afin d'éliminer toutes les périodes inférieures à 13.4 heures, la série marégraphique a été analysée par ondelettes. Les résultats (Figure 3) révèlent l'existence de fluctuations d'une période comprise entre 13.8 et 13.9 heures et d'une autre en 14.4 heures. Les périodes 13.8 heures et 13.9 heures correspondent à des modes propres que nous avons trouvé à l'aide du modèle hydrodynamique pour des coefficients de friction non nuls. La période de 14.4 heures apparaît comme un période de résonance pour les simulations avec un coefficient de Chezy égal à 0 et $5.E-03$.

Ces résultats préliminaires être doivent considérés comme une tentative modeste de détection de modes propres des océans dans un enregistrement marégraphique. En effet, il s'agit de l'analyse d'un enregistrement en un site et pour une période très courte. Les amplitudes des signaux recherchés étant très faibles (de l'ordre du centimètre), les résultats devraient être confirmés par des analyses en d'autres sites et sur des séries plus longues

Conclusion

Nous avons identifié un mode propre d'une période de 13.9 heures dans les océans Atlantique et Indien à l'aide d'une simulation utilisant un modèle hydrodynamique aux éléments finis. La méthode originale, que nous avons utilisée, permet de déterminer les périodes de résonance mais ne permet pas d'en calculer la répartition spatiale. Ce dernier point requiert un effort de modélisation numérique considérable et n'a donc pas pu être abordé dans le cadre de cette étude. Nous avons aussi montré qu'une détection des modes propres des océans dans des enregistrements marégraphiques est possible en utilisant une méthode d'analyse par ondelettes.

Références

- Dehant V., B. Ducarme et P. Defraigne, New analysis of the superconducting gravimeter data of Brussels, *Geophys. Monograph.*, 72 (12), IUGG/AGU Publ., ed. J.-L. LeMouel, pp 35-44, 1993.
- LeProvost C. et P. Vincent, some tests of precision for a finite element model of ocean tides, *J. Comp. Phys.*, 65, 273-291, 1986.
- Melchior P. et B. Ducarme, Detection of inertial gravity oscillation in the Earth's core with a superconducting gravimeter at Brussels, *Phys. Earth. planet. Int.*, 42, 129-134, 1986
- Vincent, P., Modélisation aux éléments finis des marées océaniques, Thèse de doctorat de l'Université Scientifique, Technologique et Médicale de Grenoble, France, 165 pages, 1987.

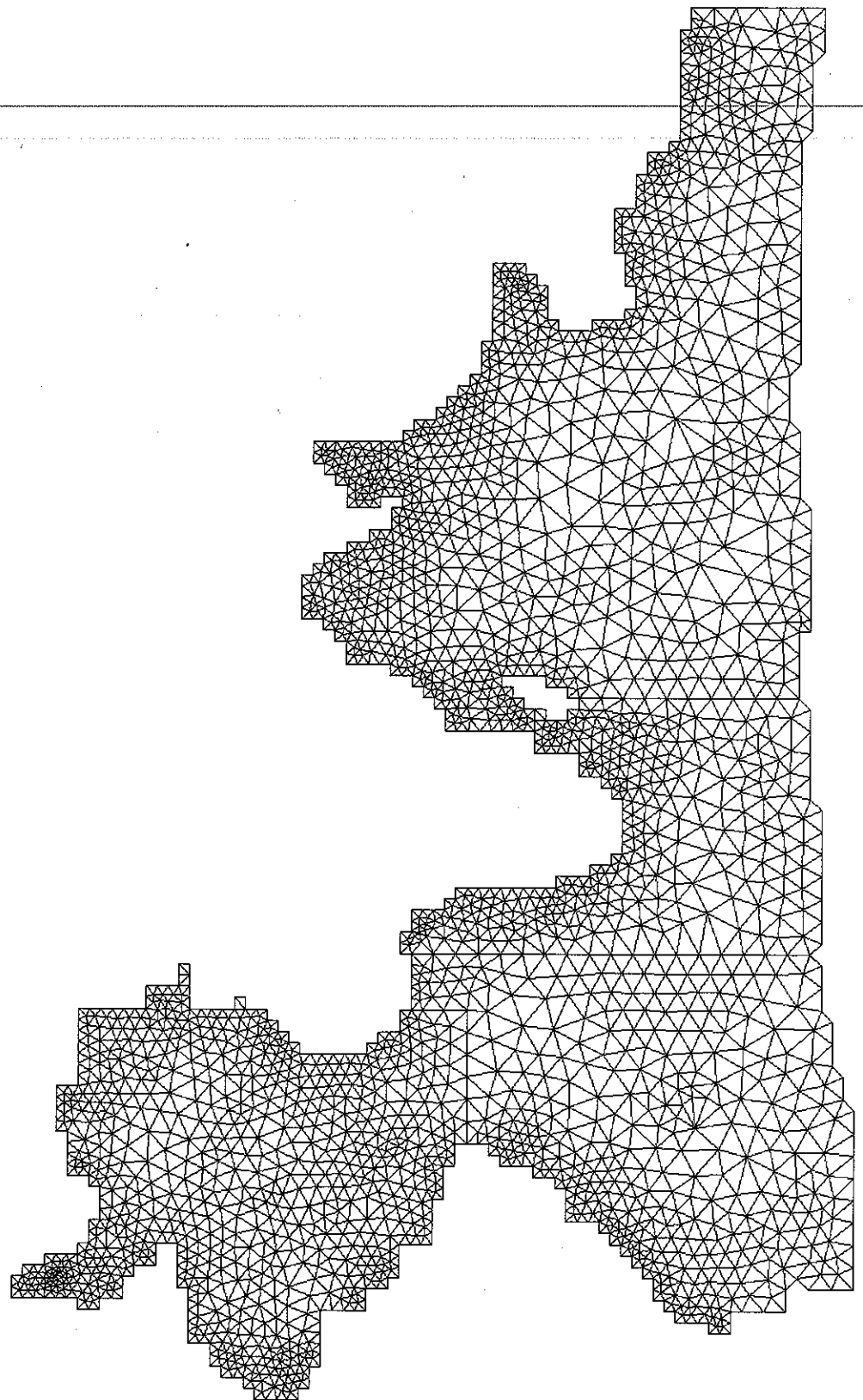
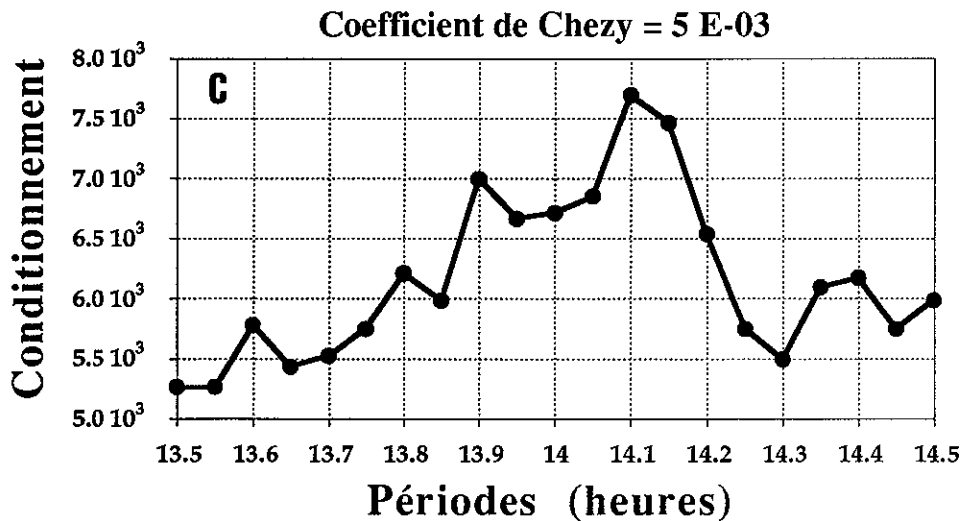
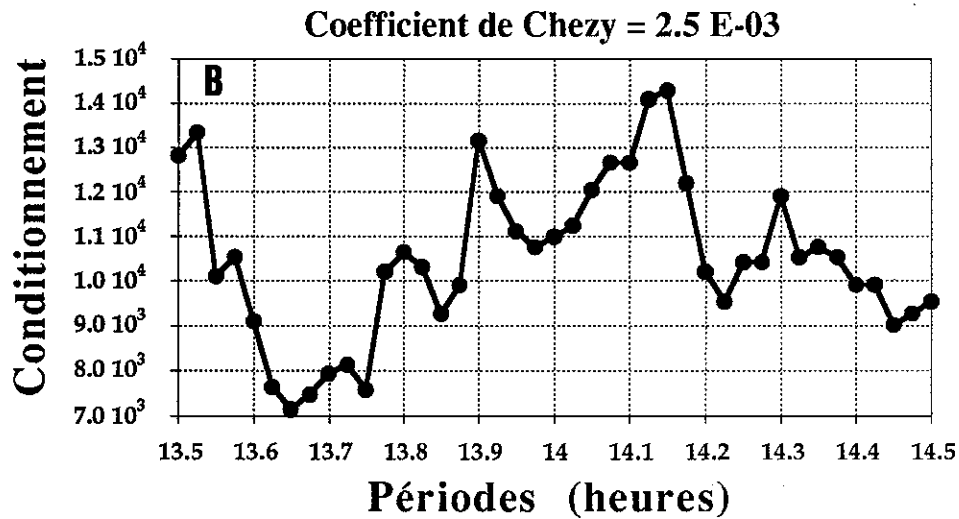
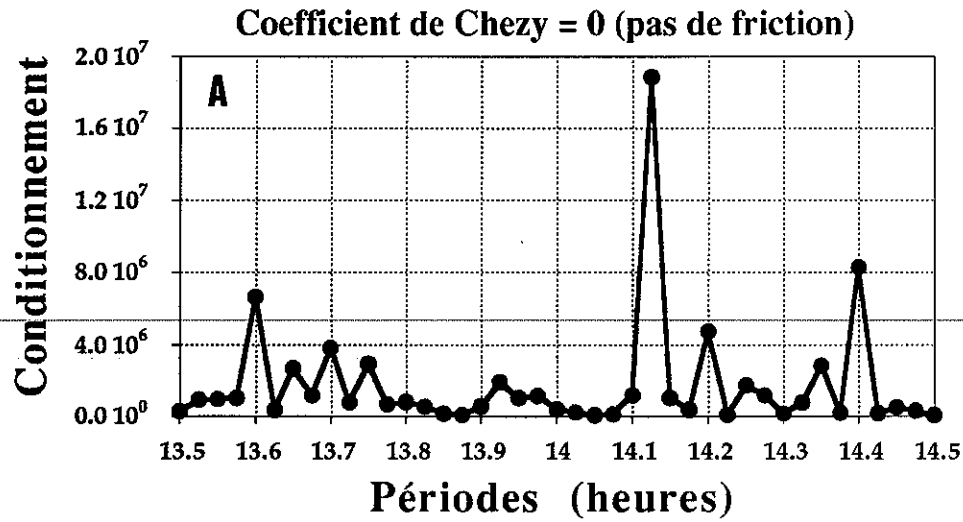


Figure 1 : *Maillage éléments finis des océans Atlantique et Indien.*



Figures 2 : Conditionnement de la matrice éléments finis en fonction de la période pour laquelle le modèle CEFMO est résolu (les points sont les valeurs calculées). Le domaine du maillage est celui de la Figure 1. Il y a résonance lorsque le conditionnement présente un maximum local. Les trois graphiques correspondent à des valeurs différentes du coefficient de friction dont la valeur du paramètre de Chezy est indiquée en entête. Le graphique du milieu (b) est le résultat d'une simulation avec les conditions les plus réalistes.

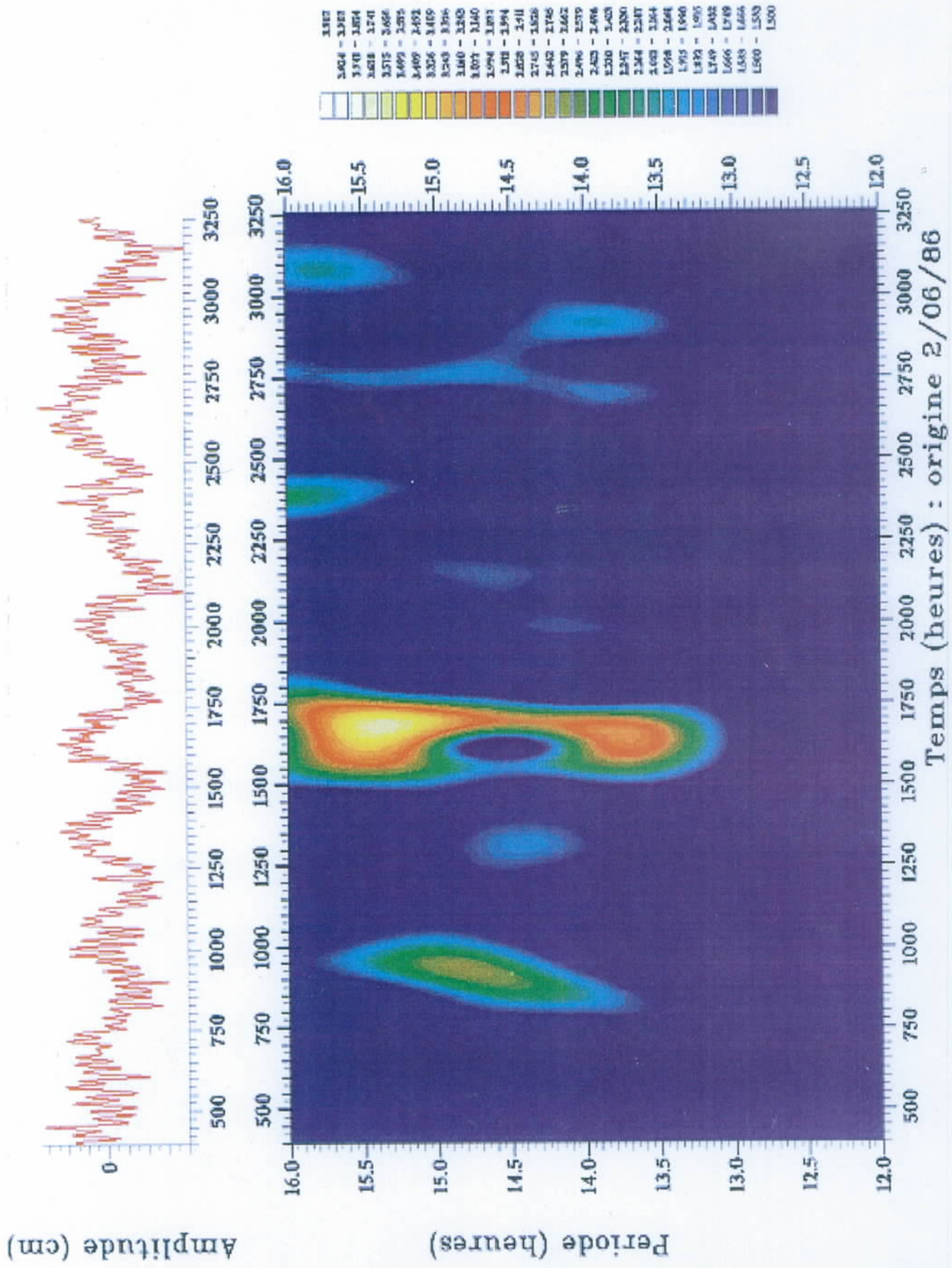


Figure 3 : Résultat (Figure du bas) de l'analyse par une ondelette de Morlet ($\omega_0 = 5,34$ cycles par heures et $\sigma_0 = 5$ heures) d'un enregistrement marégraphique à Praia (îles du Cap Vert) d'une durée d'environ 5 mois (Figure du haut). Avant analyse, une prédiction de marée a été soustraite et les périodes inférieures à 13.4 heures ont été filtrées. Cet enregistrement a été mis à ma disposition par J.M. Molines de l'Institut de Mécanique de Grenoble