



Lehrstuhl Strömungsmechanik

Ism

Diplomarbeit

Mark Michael

(Matr.-Nr.: 3201500)

**Ermittlung der Nachlaufstrukturen und Oberflächenkräfte
bei der Umströmung eines undulierten stumpfen Körpers
mittels direkter numerischer Simulation am Beispiel der
Seehundvibrisse**

Juni 2009

Ich erkläre, die Arbeit

**„Ermittlung der Nachlaufstrukturen und Oberflächenkräfte
bei der Umströmung eines undulierten stumpfen Körpers
mittels direkter numerischer Simulation am Beispiel der
Seehundvibrisse“**

selbstständig angefertigt und die benutzten Unterlagen vollständig angegeben zu haben.

Rostock, 29 September 2009

Inhaltsverzeichnis

Bezeichnungen	6
Abbildungsverzeichnis	8
Tabellenverzeichnis	12
1. Einleitung	13
1.1 Motivation	13
1.2 Vorarbeiten und Zielstellung	14
2. Numerische Grundlagen	16
2.1 Grundgleichungen	16
2.2 Diskretisierung der Grundgleichungen	18
2.3 Abgeleitete physikalische Strömungsgrößen	22
3. Numerisch untersuchte Geometrien	24
4. Oberflächenkräfte und Nachlaufstrukturen der evolutionär undulierten Geometrien bei Reynoldszahl 500	34
4.1 Strömungsinduzierte Kräfte	34
4.2 Strömungsstrukturen der Nachlaufgebiete	40
4.2.1 Zylinder Z	40
4.2.2 Elliptischer Zylinder EZ	54
4.2.3 Modulierter Zylinder MZ	59
4.2.4 Planare und ideale Vibrisse PV und V	67
5. Zusammenfassung und Ausblick	98
Literaturverzeichnis	99
Anhang	
A. PIV – Messung eines Zylinders bei Reynoldszahl 500 zur Ergebnisvalidierung	100

Bezeichnungen

Griechische Zeichen

δ	Einheitsdyade
E	Verzerrungsgeschwindigkeiten
ϵ	Permutationstensor
λ_z	Wellenlänge der sekundär Wirbelstrukturen
μ	dynamische Viskosität
ν	kinematische Viskosität
ρ	Dichte
σ	Spannungstensor
Φ	Fluss normal zur Oberfläche
Ψ	Deformation, symmetrischer Anteil der Verrz.-geschw.
Ω	Rotation, antimetrischer Anteil der Verrz.-geschw.
ω	Wirbelstärke

Lateinische Zeichen

A_w	<i>projizierte Fläche in Anströmrichtung</i>
C	temporäre Konstante
C_A	Auftriebsbeiwert
C_p	Druckbeiwert
C_w	Widerstandsbeiwert
D_h	charakteristischer hydraulischer Durchmesser
F_R	<i>resultierende Kraft</i>
F	<i>Einzelkraft</i>
F_S	<i>Oberflächenkraft, Spannungsvektor</i>
F_V	<i>Volumenkraft,</i>
f	<i>Frequenz</i>
f_{st}	<i>Frequenz der primären Wirbelstrukturen</i>
I	<i>Impuls</i>
K_n	Knudsen-Zahl
m	Masse
n	Anzahl Hexaederzellen im diskreten Strömungsgebiet
p	<i>Druck</i>

Q	Wirbelkriterium
R_e	Reynoldszahl
S	Fläche
T	Gesamte Rechen- bzw. Messzeit
U_∞	Anströmgeschwindigkeit
u	<i>Geschwindigkeit</i>
V	Volumen
x	kartesische Koordinaten

Attribute

\vec{v}	Vektor
\bar{v}	zeitliches Mittel
\hat{v}	Amplitude
v'	Schwankung
\wedge	logisches UND

Indizes

$\alpha \beta \gamma \in \delta \zeta \dots = (1, 2, 3)$	griechische Indizes bezeichnen die Raumrichtung in der Tensornotation
G	Zelloberflächenindize (die sechs Nachbarzellindizes)
N	Nachbarzellindize (besitzt die sechs angrenzenden Zellindizes)
O	Geometrieoberfläche
Z	Zellindize (besitzt die Anzahl aller Gitterzellen z.B. $(I, II, III, IV, \dots, n)$)

Abkürzungen

CG	engl. c onjugate g radients – Verfahren der konjugierten Gradienten
EZ	Elliptischer Zylinder
KKS	Kartesisches Koordinatensystem
MZ	Modulierter Zylinder
OpenFOAM	Open source Field Operation And Manipulation
PIV	Particle Image Velocimetry
POD	Proper Orthogonal Decomposition
PV	Planare Vibrisse

V	Vibrisse
Z	Zylinder

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.1	Barthaar eines Seehundes	13
Abb. 1.2	Seehund bei der Spurverfolgung	13
Abb. 1.3	Stromlinien hinter Seehundvibrisse und Reynoldsspannungen $\overline{(u'_1 \cdot u'_1)} \cdot U_\infty^{-2}$	14
Abb. 1.4	Isoflächen des Q – Wirbelkriteriums der numerischen Vibrissenumströmung	15
Abb. 2.1	diskretes Strömungsgebiet	18
Abb. 3.2	Bezeichnungen, Randflächen und Vernetzung der diskretisierten Rechengebiete	24
Abb. 3.3	idealisierte Vibrissengeometrie	26
Abb. 3.4	diskretisierte Vibrisse	27
Abb. 3.5.a	Schema des geometrischen evolutionären Prozesses vom Zylinder zur Vibrisse	28
Abb. 3.5.b	evolutionäre geometrische Folge	29
Abb. 3.6	planare Vibrissengeometrie	30
Abb. 3.7	diskretisierte planare Vibrisse	30
Abb. 3.8	modulierte Zylindergeometrie	31
Abb. 3.9	diskretisierter modulierter Zylinder	32
Abb. 3.10	elliptische Zylindergeometrie	32
Abb. 3.11	Zylindergeometrie	33
Abb. 4.1	Zeitverläufe der Kraftbeiwerte für Zylinder und Vibrisse	35
Abb. 4.2	Amplitudendichtespektrum der Kraftbeiwerte für den Zylinder	37
Abb. 4.3	Prozentuale Verteilung der Wandkraft der Vibrisse an den ausgewählten Maxima und Minima t_1 bis t_6 der Beiwerte (Ansichten mit halb eben geschnittener Geometrie)	38
Abb. 4.4	Prozentuale Verteilung der Wandkraftkomponenten des Zylinder an den ausgewählten Maxima und Minima t_1 bis t_6 der Beiwerte (dementsprechende Drauf-, Front- und Seitenansichten mit Anströmpfeil)	39
Abb. 4.5	Wirbelmodell B – Mode Brede [1]	40
Abb. 4.6	Spannweitenkomponente der Wirbelstärke an den ausgewählten Maxima und Minima t_1 bis t_6 aus dem Zeitverlauf der Kraftbeiwerte Isoflächen $\omega_3 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h = \pm 2$ und $\omega_3 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h = \pm 4$	42
Abb. 4.7	An den Minima t_4 , t_5 , t_6 des Verlaufes der Kraftbeiwerte sind dargestellt: 1. Spalte: Isoflächen: $\omega_1 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h = (\pm 2, \pm 4)$, Bodenebene: $\omega_3 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h$ 2. Spalte: Isofläche: $Q(t) \cdot U_\infty^{-2} \cdot D_h^2 = 0.6$ eingefärbt mit $\omega_1 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h$	43
Abb. 4.8	Komponente der Wirbelstärke in Richtung der Spannweite des Zylinders in der Ebene $x_3 = 0$ dargestellt an den Maximalstellen der Kraftbeiwerte	

$$t = t_1 + n \cdot f_{st}^{-1} \quad n=(0,1,\dots,14)$$

(Isolinien: $\omega_3 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h \in (\pm 2, \pm 4, \pm 6, \pm 8)$) 44

Abb. 4.9 Druckbeiwert C_p im Nachlauf des Zylinders in der Ebene $x_3 = 0$, dargestellt an den Maximalstellen der Kraftbeiwerte $t = t_1 + n \cdot f_{st}^{-1} \quad n=(0,1,\dots,14)$
(Isolinien: $C_p \in (\pm 0.6, \pm 0.8, \pm 1.0, -1.2, -1.4, -1.6)$) 46

Abb. 4.10 Amplitudenspektrum der Geschwindigkeitsschwankungen $\hat{u}_\alpha'(x_\alpha, f) \cdot U_\infty^{-1}$ aus der ebenen PIV – Messung (Anhang A.) an ausgewählten Punkten x_α entlang der Achse x_1 und parallel dazu bei $x_2 = 0.5 \cdot D_h$ tangential am Zylinder 46

Abb. 4.11 Amplitudenspektrum der Geschwindigkeitsschwankungen $\hat{u}_\alpha'(x_\alpha, f) \cdot U_\infty^{-1}$ der Zylindergeometrie Z an ausgewählten Punkten x_α entlang der Achse x_1 und parallel dazu bei $x_2 = 0.5 \cdot D_h$ tangential am Zylinder 46

Abb. 4.12 Druckbeiwert C_p im Nachlauf des Zylinders in der Ebene $x_3 = 0$, dargestellt an den Minimalstellen der Kraftbeiwerte $t = t_4 + n \cdot f_{st}^{-1} \quad n=(0,1,\dots,14)$
(Isolinien: $C_p \in (\pm 0.6, \pm 0.8, \pm 1.0, -1.2, -1.4, -1.6)$) 48

Abb. 4.13 Komponente der Wirbelstärke in Richtung der Spannweite des Zylinders in der Ebene $x_3 = 0$, dargestellt an den Minimalstellen der Kraftbeiwerte $t = t_4 + n \cdot f_{st}^{-1} \quad n=(0,1,\dots,14)$
(Isolinien: $\omega_3 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h \in (\pm 2, \pm 4, \pm 6, \pm 8)$) 49

Abb. 4.14 Komponente $\overline{(u'_1 \cdot u'_1)} \cdot U_\infty^{-2}$ des Tensor der Reynoldsspannungen im Nachlauf des Zylinders (Isoflächen: $\overline{(u'_1 \cdot u'_1)} \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.08, +0.12, +0.16)$) 50

Abb. 4.15 Komponente $\overline{(u'_1 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2}$ des Tensors der Reynoldsspannungen im Nachlauf des Zylinders (Isoflächen: $\overline{(u'_1 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.02, \pm 0.06, \pm 0.08, \pm 0.1)$) 50

Abb. 4.16 Komponente $\overline{(u'_2 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2}$ des Tensors der Reynoldsspannungen im Nachlauf des Zylinders
(Isoflächen: $\overline{(u'_2 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.05, +0.1, +0.15, +0.25, +0.35, +0.4)$) 51

Abb. 4.17 Komponente $\overline{(u'_2 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2}$ des Tensors der Reynoldsspannungen im Nachlauf des Zylinders
(Isoflächen: $\overline{(u'_2 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2} = \pm 0.0014$) 51

Abb. 4.18 Komponente $\overline{(u'_3 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2}$ des Tensors der Reynoldsspannungen im Nachlauf des Zylinders
(Isoflächen: $\overline{(u'_3 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.007, +0.014, +0.028)$) 52

Abb. 4.19 Isofläche des Wirbelkriteriums $Q \cdot U_\infty^{-2} \cdot D_h^2 = 0.6$ im Zylindernachlauf eingefärbt mit der Komponente der Wirbelstärke in Strömungsrichtung 53

Abb. 4.20 Isofläche des Wirbelkriteriums $Q(t_i) \cdot U_\infty^{-2} \cdot D_h^2 = 0.6$ instantan im Nachlauf des EZ eingefärbt mit der Komponente der Wirbelstärke in Strömungsrichtung 55

Abb. 4.21 Komponente $\overline{(u'_1 \cdot u'_1)} \cdot U_\infty^{-2}$ des Tensors der Reynoldsspannungen im Nachlauf des elliptischen Zylinders EZ (Isoflächen: $\overline{(u'_1 \cdot u'_1)} \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.06, +0.09)$) 55

Abb. 4.22 Komponente $\overline{(u'_1 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2}$ des Tensors der Reynoldsspannungen im Nachlauf des EZ
(Isoflächen: $\overline{(u'_1 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.01, \pm 0.03, \pm 0.05)$) 55

Abb. 4.23 Komponente $\overline{(u'_2 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2}$ des Tensors der Reynoldsspannungen im Nachlauf des EZ (Isoflächen: $\overline{(u'_2 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.01, +0.06, +0.11, +0.16, +0.21, +0.26)$) 57

Abb. 4.24	Spannweitenkomponente der Wirbelstärke an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf des elliptischen Zylinders Isoflächen $\omega_3 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h = \pm 2$ und $\omega_3 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h = \pm 4$	57
Abb. 4.25	Komponente der Wirbelstärke in Strömungsrichtung an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf des elliptischen Zylinders	58
Abb. 4.26	Amplitudenspektrum der Geschwindigkeitsschwankungen im Nachlauf des EZ	59
Abb. 4.27	Isofläche des Wirbelkriteriums $Q(t_i) \cdot D_h^2 \cdot U_\infty^{-2}$ an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf des MZ eingefärbt mit der Wirbelstärkekomponente in Strömungsrichtung	60
Abb. 4.28	Dyadenkomponente $\overline{(u'_2 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2}$ der Reynoldsspannungen im Nachlauf des modulierten Zylinders (Isoflächen: $\overline{(u'_2 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.05, +0.1, +0.15, +0.2, +0.25, +0.3, +0.35, +0.4,)$)	62
Abb. 4.29	Dyadenkomponente $\overline{(u'_2 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2}$ der Reynoldsspannungen im Nachlauf des modulierten Zylinders (Isoflächen $\overline{(u'_2 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2} \in (\mp 0.01, \mp 0.015)$)	63
Abb. 4.30	Spannweitenkomponente der Wirbelstärke an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf des modulierten Zylinders Isofläche $\omega_3 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h = \pm 4$	63
Abb. 4.31	Isoflächen der Wirbelstärkekomponente in Strömungsrichtung an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf des modulierten Zylinders	65
Abb. 4.32	Isofläche des Wirbelkriteriums $Q(t_i) \cdot D_h^2 \cdot U_\infty^{-2}$ an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf der PV eingefärbt mit der Spannweitenkomponente der Wirbelstärke	69
Abb. 4.33	Isofläche des Wirbelkriteriums $Q(t_i) \cdot D_h^2 \cdot U_\infty^{-2}$ an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf der PV eingefärbt mit der Wirbelstärkekomponente in Strömungsrichtung	70
Abb. 4.34	Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{(u'_1 \cdot u'_1)} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der planaren Vibrisse (Isoflächen $\overline{(u'_1 \cdot u'_1)} \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.01, +0.03, +0.05, +0.07)$)	73
Abb. 4.35	Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{(u'_1 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der planaren Vibrisse (Isoflächen $\overline{(u'_1 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.01, \pm 0.03, \pm 0.05)$)	74
Abb. 4.36	Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{(u'_1 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der planaren Vibrisse (Isoflächen $\overline{(u'_1 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.01)$)	75
Abb. 4.37	Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{(u'_2 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der planaren Vibrisse (Isoflächen $\overline{(u'_2 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.01, +0.03, +0.05, +0.07, +0.09, +0.11)$)	76
Abb. 4.38	Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{(u'_2 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der planaren Vibrisse (Isoflächen $\overline{(u'_2 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.01)$)	77
Abb. 4.39	Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{(u'_3 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der planaren Vibrisse (Isoflächen $\overline{(u'_3 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.01, \pm 0.03, \pm 0.05)$)	79
Abb. 4.40	Isoflächen der Wirbelstärkekomponente in Strömungsrichtung an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf der planaren Vibrisse	80
Abb. 4.41	Isoflächen der Wirbelstärkekomponente in Spannweitenrichtung an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf der planaren Vibrisse	81

Abb. 4.42	Isoflächen der Wirbelstärkekomponente in Spannweitenrichtung an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf der planaren Vibrisse	81
Abb. 4.43	Isofläche des Wirbelkriteriums $Q(t) \cdot D_h^2 \cdot U_\infty^{-2} = 0.7$ einer $T = (0.218 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h)^{-1}$ Ablöseperiode (siehe Spektren unten) im Nachlauf der Vibrisse eingefärbt mit der Spannweitenkomponente der Wirbelstärke	82
Abb. 4.44	Isofläche des Wirbelkriteriums $Q(t) \cdot D_h^2 \cdot U_\infty^{-2} = 0.7$ einer halben Ablöseperiode $T = (0.218 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h)^{-1}$ (siehe Spektren unten) im Nachlauf der Vibrisse eingefärbt mit der Wirbelstärkekomponente in Strömungsrichtung	83
Abb. 4.45	Isofläche des Wirbelkriteriums $Q(t) \cdot D_h^2 \cdot U_\infty^{-2} = 0.7$ einer halben Ablöseperiode $T = (0.218 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h)^{-1}$ (siehe Spektren unten) im Nachlauf der Vibrisse eingefärbt mit der Wirbelstärkekomponente Strömungsrichtung	84
Abb. 4.46	Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{u'_1 \cdot u'_1} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der Vibrisse (Isoflächen $\overline{u'_1 \cdot u'_1} \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.01, +0.03, +0.05, +0.07)$)	84
Abb. 4.47	Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{u'_1 \cdot u'_2} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der Vibrisse (Isoflächen $\overline{u'_1 \cdot u'_2} \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.01, \pm 0.03, \pm 0.05)$)	86
Abb. 4.48	Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{u'_1 \cdot u'_3} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der Vibrisse (Isoflächen $\overline{u'_1 \cdot u'_3} \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.01, \pm 0.02)$)	86
Abb. 4.49	Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{u'_2 \cdot u'_2} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der Vibrisse (Isoflächen $\overline{u'_2 \cdot u'_2} \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.01, +0.03, +0.05, +0.07, +0.09, +0.11)$)	89
Abb. 4.50	Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{u'_2 \cdot u'_3} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der Vibrisse (Isoflächen $\overline{u'_2 \cdot u'_3} \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.01)$)	89
Abb. 4.51	Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{u'_3 \cdot u'_3} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der Vibrisse (Isoflächen $\overline{u'_3 \cdot u'_3} \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.01, \pm 0.03, \pm 0.05, \pm 0.07)$)	89
Abb. 4.52	Amplitudenspektrum der Schwankungen der Geschwindigkeitskomponente quer zur Richtung der Anströmung $\hat{u}'_2(x_\alpha, f) \cdot U_\infty^{-1}$ im Nachlauf der Vibrisse an 11 Punkten mit konstanten Koordinaten $x_1 = 2 \cdot D_h$ und $x_2 = 0.5 \cdot D_h$ gleichmäßig verteilt in Spannweitenrichtung x_3 über eine Modulationsperiode $2 \cdot M$	92
Abb. 4.53	Druckbeiwert C_p im Vibrissennachlauf einer Ablöseperiode $T = (0.218 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h)^{-1}$ in 3 Spannweiterebenen über einen Modulationsabstand M : die Ebenen der Vibrissenellipsen und mittig (siehe Ansichtsabbildung unten) (Isolinien: $C_p \in (\pm 0.3, \pm 0.4, \pm 0.5, \pm 0.6, \pm 0.7, +0.8, +0.9, +1)$)	94
Abb. 4.54	Ansichten als Erklärungshilfe der vorher gehenden Abbildung	93
Abb. 4.55	Isofläche der Wirbelstärkekomponente $\omega_3(t) \cdot D_h \cdot U_\infty^{-1} = \pm 4$ einer halben Ablöseperiode $T = (0.218 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h)^{-1}$ (siehe Spektren oben) im Nachlauf der Vibrisse	93
Abb. 4.56	Isofläche der Wirbelstärkekomponente $\omega_1(t) \cdot D_h \cdot U_\infty^{-1} = \pm 3$ einer halben Ablöseperiode $T = (0.218 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h)^{-1}$ (siehe Spektren oben) im Nachlauf der Vibrisse	96
Abb. 4.57	Vergleich numerischer Vibrissenberechnungen mit verschiedenen Spannweiten	
Abb. A.1	Windkanal des LSM & schematische Messstrecke	99
Abb. A.2	Beispiel Doppelbild in Matrixform in Farbwerten	100

Abb. A.3	Beispiel Abfragebereiche für $A_{mn} \wedge B_{kl}$	101
Abb. A.4	Kreuzkorrelationen C_{ij}	101
Abb. A.5	Beispiel Doppelbild: Korrelationsbereiche ohne Überlappung.	102
Abb. A.6	Beispiel Geschwindigkeitsfeld	102
Abb. A.7	Vektorfeld und Stromlinien eines instantanen Zeitschrittes	103
Abb. A.8.	Amplitudenspektrum der Schwankungen der Geschwindigkeitskomponente in Richtung der Anströmung $\hat{u}_1'(x_\alpha, f) \cdot U_\infty^{-1}$ aus den PIV – Messungen an ausgewählten Punkten x_α entlang der Achse x_1 (2. Spalte) und parallel dazu bei $x_2 = 0.5 \cdot D_h$ (1. Spalte) tangential am Zylinder	103
Abb. A.9	Amplitudenspektrum der Schwankungen der Geschwindigkeitskomponente in Richtung der Anströmung $\hat{u}_2'(x_\alpha, f) \cdot U_\infty^{-1}$ aus den PIV – Messungen an ausgewählten Punkten x_α entlang der Achse x_1 (2. Spalte) und parallel dazu bei $x_2 = 0.5 \cdot D_h$ (1. Spalte) tangential am Zylinder	107

Tabellenverzeichnis

Tabelle. 3.1	gemeinsame Kenngrößen der Rechengebiete	25
Tabelle. 3.2	hydraulischer Durchmesser Vibrisse	27
Tabelle. 4.1	zeitlich gemittelter Widerstandsbeiwert	34
Tabelle. 5.1	Extrema des Reynoldsspannungstensors der umströmten Geometrien	98

1. Einleitung

1.1 Motivation

In der Natur finden sich unzählige Beispiele dafür, wie sich verschiedenste Spezien im Laufe ihrer Evolutionsgeschichte nahezu perfekt an ihren Lebensraum angepasst haben. Dieser fort dauernde Anpassungsprozess beinhaltet auch die Ausbildung und Verfeinerung spezieller Fähigkeiten, um die Effizienz bei der Jagd zu verbessern. Haie besitzen beispielsweise das so genannte Seitenlinienorgan. Mit diesem Organ sind sie in der Lage, selbst kleinste Druckschwankungen in der Strömung wahrzunehmen und deren Ursprungsort zu detektieren. Als Entstehungsort für diese Druckfluktuationen kommt zum Beispiel der Nachlaufbereich hinter einem potenziellen Beutetier in Betracht.



Abb. 1.1 Barthaar eines Seehundes [2]

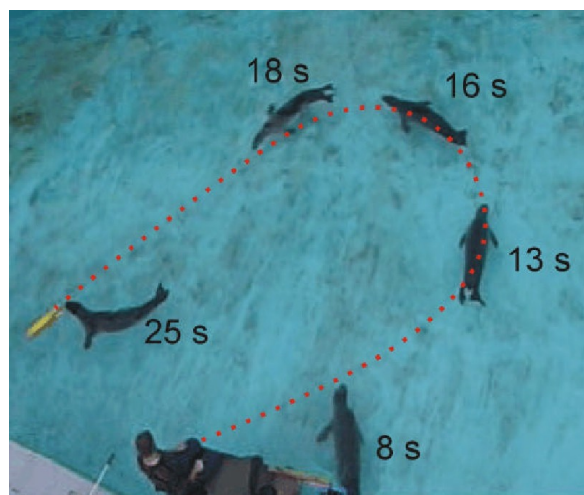


Abb. 1.2 Seehund bei der Spurverfolgung [2]

In den Mittelpunkt des wissenschaftlichen Interesses (W. Hanke, S. Wieskotten und G. Dehnhardt [2] 2003) sind seit einiger Zeit die Seehunde gerückt. Auch sie zeigen eine erstaunliche Leistungsfähigkeit, wenn es um das Aufspüren und Verfolgen hydrodynamischer Spuren geht. Diese Spuren treten hinter sich in den Fluid bewegenden Objekten auf. In Feldversuchen ist es der Arbeitsgruppe von Prof. G. Dehnhardt am Institut für Biowissenschaften der Universität Rostock gelungen, die Fähigkeit des Seehundes zur Spurverfolgung zu dokumentieren. Als Spurgenerator wurde ein Mini U-Boot benutzt, welche eine definierte Bahn im Wasserbecken abfährt. Die Aufgabe des Seehundes ist es dann, das Mini U-Boot im Schwimmbecken zu finden. Um die Aufgabe

zu erschweren, sind seine Seh- und Hörsinne temporär blockiert. Das Ergebnis dieses Versuches ist in Abbildung 1.2 zu sehen. Der Seehund findet das Mini U-Boot, indem er exakt der Nachlaufspur des Bootes folgt. Weitere Versuche zeigten, dass die Seehunde ohne ihre Barthaare (Vibrissen Abbildung 1.1) diese Fähigkeit verlieren. Die Erkenntnisse aus diesen Versuchen lassen den Schluss zu, dass die Vibrissen der Seehunde als Sensor fungieren, mit dem sie Nachlaufspuren in einer Strömung detektieren können.

1.2 Vorarbeiten und Zielstellung

Die beschriebene Leistungsfähigkeit des Vibrissensystems als Nachlaufsensor motivierte zu strömungsmechanischen Untersuchungen. In ersten experimentellen Untersuchungen , von (M.Witte [6]), konnte mit Hilfe der Stereo- μ PIV Technik das zeitlich gemittelte Strömungsfeld (3D-3C) im Nachlauf der Seehundvibrisse ermittelt werden. Zusätzlich wurde in den Messungen der Reynoldsche Spannungstensor hinter der Vibrisse gewonnen.

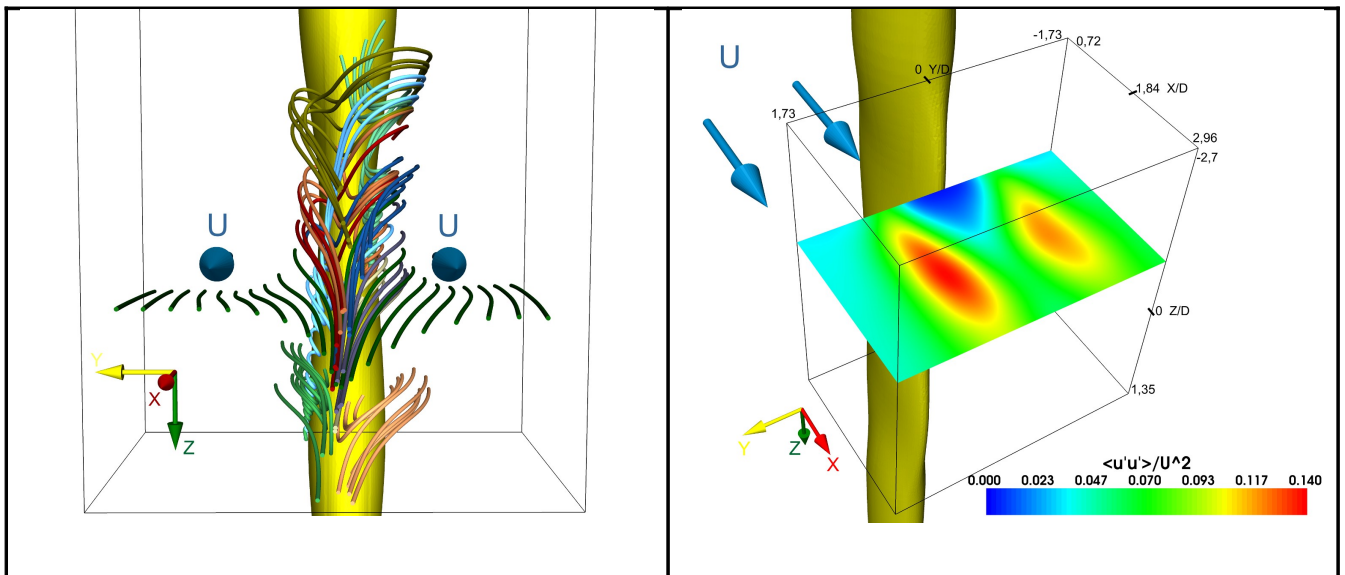


Abb. 1.3 Stromlinien hinter Seehundvibrisse und Reynoldsspannungen $\langle u'_1 \cdot u'_1 \rangle \cdot U_\infty^{-2}$ [6]

Aus den ermittelten Reynoldsspannungen konnten Hinweise auf eine mehrseitige Scherschichtentwicklung entnommen werden. Dieser Fakt deutet an, dass die Entstehung der typischen Kármánschen Wirbelstraße verhindert wird. Dadurch wird die Funktionsweise der Seehundvibrisse als Nachlaufsensor unterstrichen. Die These ist dabei, dass keine Anregung durch strömungsinduzierte Kräfte erfolgt. Die Verhinderung der Wirbelstraße entsteht durch die starke Undulierung der Vibrisse.

Als Möglichkeit zur Gewinnung instationärer Volumendatensätze wurden darauf hin numerische Untersuchungen motiviert . Die Arbeit von M.Michael [4] führte direkte numerische Simulationen der Vibrissenumströmung bei $Re = 500$ durch. Diese Berechnungen bestätigten den experimentell gefundenen Hinweis auf eine massive Störung der, typischerweise bei der Umströmung stumpfer Körper auftretenden, Kármánschen Wirbelstraße. Durch die Verhinderung der Kármánschen Wirbelstraße greifen geringere strömungsinduzierte Kräfte auf der Vibrissenoberfläche an.

Ziel dieser Arbeit ist es, die komplizierte dreidimensionale Form der Vibrisse in einem geometrischen evolutionären Prozess, vom Startpunkt eines Zylinders aus, zu entwickeln. Der Einfluss der einzelnen Entwicklungsetappen auf die Strömung ist dabei zu interpretieren. Speziell sind die Veränderungen der Oberflächenkräfte und

Nachlaufstrukturen durch die verschiedenen geometrischen Eigenschaften mit Hilfe der direkten numerischen Simulation in OpenFOAM zu untersuchen.

Dadurch ergeben sich speziell drei wesentliche Zielstellungen dieser Arbeit.

Erstens sind auf der Basis der vorhanden direkten numerischen Simulationen von Zylinder- und Vibrissenumströmung weiterführende Berechnungen in OpenFOAM durchzuführen. Ein undulierter Kreis- und verschieden undulierter elliptischer Zylinder, bei $R_e = 500$, sind numerisch zu simulieren und sollen Aufschluss über die Geometrieabhängigkeit der Strömungsstrukturen bringen.

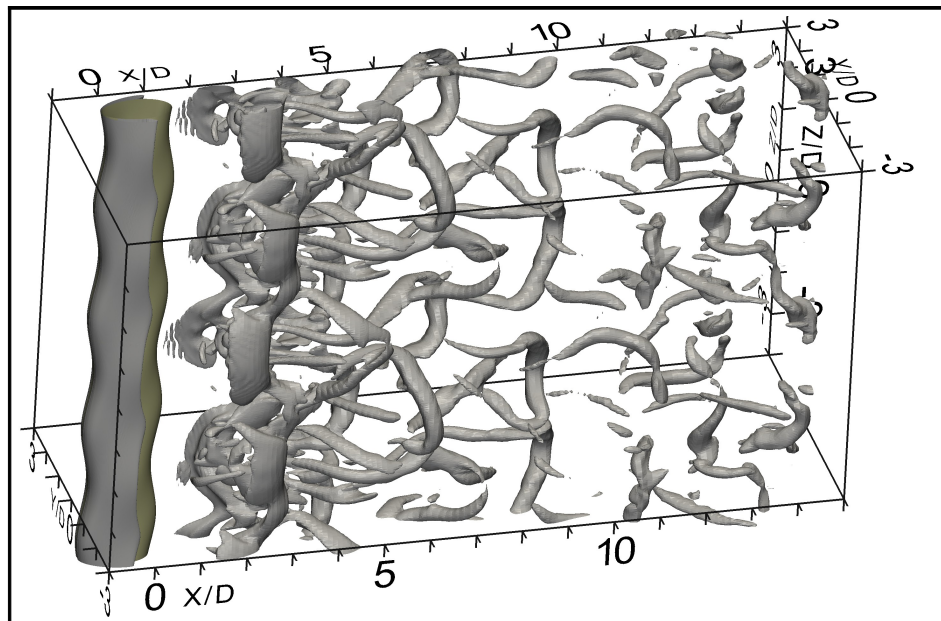


Abb. 1.4 Isoflächen des Q – Wirbelkriteriums der numerischen Vibrissenumströmung [4]

Zweitens sollen die numerischen Ergebnisse mit geeigneten Strömungsgrößen grafisch und tabellarisch darzustellen. Während der instationären Berechnungen sind an geeigneten Punkten im numerischen Strömungsgebiet die Zeitverläufe der Strömungsgrößen zu dokumentieren. Die Auswertung an diesen günstigen Punkten soll Frequenzanalysen ermöglichen. Weiterhin sind global Auswertungen im Strömungsfeld vorzunehmen. Besonders der Einfluss der, im geometrischen Evolutionsprozess entstehenden, strukturellen Veränderungen auf die Nachlaufstrukturen und die Oberflächenkräfte soll herausgestellt werden.

Drittens ist für die Berechnung der Oberflächenkräfte eine entsprechende Routine in den vorhanden numerischen Strömungslöser zu implementieren. Diese Routine muss auch bei massiv parallelen Rechnungen, wie sie für diese direkten numerischen Simulationen nötig sind, einsetzbar sein. Die Routine soll zu jeder Oberfläche des CFD-Gitters die resultierenden Kräfte und Momente bestimmen. Die so gewonnenen Daten müssen zu jedem Zeitschritt auf geeignete Weise gespeichert werden. Es sei speziell darauf hingewiesen, dass die Größe der Rechengitter nur ein Speicherung der Daten der Oberflächenzellen ermöglicht.

2. Numerische Grundlagen

2.1 Grundgleichungen

Die vollständige Interpretation der vorgestellten Umströmung stumpfer Körper verlangt die Kenntnis des Geschwindigkeitsfeldes $u_\alpha(x_\alpha, t)$ und Druckfeldes $p(x_\alpha, t)$. Eine Lösung der vier Unbekannten des Vektor- und Skalarfeldes benötigt vier Gleichungen.

Das betrachtete Strömungsgebiet ist vollständig vom strömenden Medium ausgefüllt. Die Zeit zwischen zwei Moleküllkollisionen in der Strömung ist sehr viel kleiner als die Zeit die das strömende Medium zum Überwinden der charakteristischen Länge D_h benötigt (Knudsen-Zahl $K_n \ll 1$). Die makroskopischen Strömungsgrößen sind Mittelwerte der mikroskopische Größen über das Kontinuum.

Die erste Annahme zur Berechnung der gesuchten Strömung ist die Erhaltung der Masse. In der betrachteten Menge Fluidteilchen laufen keine chemischen Reaktionen ab. Die Masse des betrachteten materiellen Kontinuum ist konstant.

$$\frac{D}{Dt}(m) = \frac{D}{Dt} \int_{V(t)} \rho(x_\alpha, t) \cdot dV = 0 \quad (2.1)$$

Die Dichte ρ ist eine stetige Funktion über das eingenommene Volumen $V(t)$ der beobachteten Fluidteilchen. Ihr Integral über das Volumen ist der Masse äquivalent. Die Betrachtung eines zeitlich konstanten Kontrollvolumens V_0 ist für die folgenden Berechnungen nötig.

$$\begin{aligned} dV(t) &= \epsilon_{\alpha\beta\gamma} dx_\alpha dx_\beta dx_\gamma = \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \frac{\partial x_\alpha}{\partial x_{0\delta}} \frac{\partial x_\beta}{\partial x_{0\zeta}} \frac{\partial x_\gamma}{\partial x_{0\eta}} dx_{0\delta} dx_{0\zeta} dx_{0\eta} = \\ &= \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \frac{\partial x_\alpha}{\partial x_{01}} \frac{\partial x_\beta}{\partial x_{02}} \frac{\partial x_\gamma}{\partial x_{03}} dV_0 = \det\left(\frac{\partial x_\alpha}{\partial x_{0\beta}}\right) dV_0 = J \cdot dV_0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Das Gebiet V_0 ist ein beliebig wählbares konstantes Volumen V zur Zeit t_0 .

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt}(m) &= \frac{D}{Dt} \int_V \rho(x_\alpha, t) \cdot J dV = \int_V \frac{D}{Dt}(\rho(x_\alpha, t) \cdot J) dV = \\ &= \int_V \frac{D}{Dt}(\rho(x_\alpha, t)) \cdot J dV + \int_V \rho(x_\alpha, t) \frac{D}{Dt}(J) dV = 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\frac{D}{Dt}(J) = \frac{D}{Dt} \left(\frac{\partial x_\alpha}{\partial x_{0\beta}} \frac{\partial x_{0\beta}}{\partial x_\alpha} \cdot J \right) = \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha} \cdot J \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt}(m) &= \int_V \frac{D}{Dt}(\rho(x_\alpha, t)) \cdot J dV + \int_V \rho(x_\alpha, t) \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\beta} \cdot J dV = \\ &= 0 = \int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{\partial}{\partial x_\beta}(\rho u_\beta) dV \end{aligned} \quad (2.5)$$

Die Dichte ist als zeitlich konstant und homogen über den Raum angenommen.

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \rho \frac{\partial}{\partial x_\alpha}(u_\alpha) + u_\beta \frac{\partial}{\partial x_\beta}(\rho) dV = \int_V \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha} dV = \int_S u_\alpha n_\alpha dS = 0 \quad (2.6)$$

Am Ende der Transformation und mit der Anwendung des Gaußschen Integralsatzes bleibt die logische Aussage der Gleichung (2.6) stehen. Das Integral der Flüsse über die Oberfläche S des Kontinuum muss verschwinden.

Die Gleichung für die Kräfte- und Impulsbilanz ist aus dem zweiten newtonschen Axiom erhältlich. Die zeitliche Änderung des Impulses ist gleich den auf das Kontinuum wirkenden Kräften. Diese Bilanz liefert weitere drei Gleichungen zur Lösung der Strömungsfelder.

$$\frac{D}{Dt}(I_\alpha) = F_\alpha \quad (2.7)$$

$$\frac{D}{Dt} \int_{V(t)} (\rho u_\alpha) dV = \int_{V(t)} f_{v\alpha} dV + \int_{S(t)} f_{s\alpha} dS \quad (2.8)$$

Die angreifende Kraft ist die Summe aller angreifenden Volumen- und Oberflächenkräfte.

$$\int_{V(t)} \frac{D}{Dt} (\rho u_\alpha) dV = \int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_\alpha) + \frac{\partial}{\partial x_\beta} (\rho u_\alpha u_\beta) dV = \int_V f_{v\alpha} dV + \int_S f_{s\alpha} dS \quad (2.10)$$

Die Oberflächenkraft $f_{s\alpha}$ ist dem Spannungstensor $\sigma_{\alpha\beta}$ der Oberfläche gleich gesetzt. Dieser beschreibt die in der Fläche wirkenden Normal- und Schubspannungen (Gl. 2.11a). Das Gleichgewicht der Momente eines Kontinuum (Gl. 2.11b) beweist die Symmetrie des Spannungstensors.

$$f_{s\alpha} = \sigma_{\alpha\beta} n_\beta \quad \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \sigma_{\beta\gamma} = 0_\alpha \quad (2.11)$$

Das betrachtete Fluid, Wasser bei Raumtemperatur, ist durch das rein viskose newtonsche Materialgesetz beschrieben.

$$\sigma_{\alpha\beta} = -p \delta_{\alpha\beta} + \tau_{\alpha\beta} = -p \delta_{\alpha\beta} + \mu \left(2 \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_\gamma}{\partial x_\gamma} \cdot \delta_{\alpha\beta} \right) \quad (2.12)$$

Dieses rheologische Gesetz ist eine Verbindung zwischen den Spannungen in Oberfläche und dem Geschwindigkeitsgradienten zweier benachbarter Fluidteilchen mittels eines linearen Operators. Im hydrostatischen Zustand verschwindet der Deviator des Spannungstensors und der übrig bleiben Kugeltensor entspricht dem Fluiddruck.

$$f_{s\alpha} = \sigma_{\alpha\beta} \cdot n_\beta = -p \delta_{\alpha\beta} \cdot n_\beta + \mu \left(2 \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right) \cdot n_\beta \quad (2.13)$$

In der betrachteten inkompressiblen Strömung vereinfacht sich der Oberflächenspannungsvektor mittels der Aussage der Massenbilanz.

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_\alpha) + \frac{\partial}{\partial x_\beta} (\rho u_\alpha u_\beta) dV = \int_V \left[f_{v\alpha} - \frac{\partial p}{\partial x_\beta} \delta_{\alpha\beta} + \frac{\partial}{\partial x_\beta} \mu \left(2 \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right) \right] dV \quad (2.14)$$

Die Schwerkraft fällt mit dem statischen Druckgradienten zusammen. Auf die gesuchte Strömung hat nur der dynamische Druckgradient Einfluss. Die Impulsbilanzen bei konstanter Dichte sind weiter drei Gleichungen zur Lösung des Strömungsfeldes.

$$p = \frac{p_{dyn}}{\rho} \quad v = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.15)$$

$$\int_V \left[\frac{\partial}{\partial t} (u_\alpha) + u_\beta \frac{\partial}{\partial x_\beta} (u_\alpha) - v \left(\frac{\partial^2 u_\alpha}{\partial x_\beta \partial x_\beta} \right) \right] dV = - \int_V \frac{\partial p}{\partial x_\alpha} dV \quad (2.16)$$

2.2 Diskretisierung der Grundgleichungen

Zur Diskretisierung sind die Terme räumlicher Ableitungen als Integrale auf der Oberfläche des Kontinuum dargestellt. Der Term der lokalen zeitlichen Änderung wird als Volumenintegral betrachtet.

$$\int_V \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha} dV = \int_S u_\alpha n_\alpha dS = 0 \quad (2.17)$$

$$\int_V \left[\frac{\partial}{\partial t}(u_\alpha) + u_\beta \frac{\partial}{\partial x_\beta}(u_\alpha) - \nu \left(\frac{\partial^2 u_\alpha}{\partial x_\beta \partial x_\beta} \right) \right] dV = - \int_V \frac{\partial p}{\partial x_\alpha} dV \quad (2.18)$$

$$\int_V \frac{\partial u_\alpha}{\partial t} dV + \int_S u_\beta u_\alpha n_\beta dS - \int_S \nu \left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right) n_\beta dS = - \int_S p n_\alpha dS \quad (2.19)$$

Hexaedernetze unterteilen die Strömungsgebiete in Kontrollvolumina. In deren Mittelpunkt ist stets ein Geschwindigkeitsvektor und ein skalarer Druckwert approximiert. Die räumlichen Integrale sind mittels Summationen über die sechs Hexaederoberflächen diskretisiert.

Jedes der Kontrollvolumen V^Z besitzt einen Mittelpunkt x_α^Z , sechs Seitenflächen S^G und somit sechs angrenzende Nachbarzellen V^N mit x_α^N . Der Vektor $\vec{S}_\alpha^G = n_\alpha^G \cdot S^G$ steht normal auf der Seitenfläche G und sein Betrag deckt sich mit ihrem Flächeninhalt.

$$\int_V \frac{\partial u_\alpha}{\partial t} dV + \int_S u_\beta u_\alpha n_\beta dS - \int_S \nu \left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right) n_\beta dS = \left(\frac{\partial u_\alpha(x_\gamma^Z, t)}{\partial t} \right)^Z \cdot V^Z + \sum_G u_\beta^G u_\alpha^G \cdot S_\beta^G - \sum_G \nu \left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right)^G \cdot S_\beta^G \quad (2.20)$$

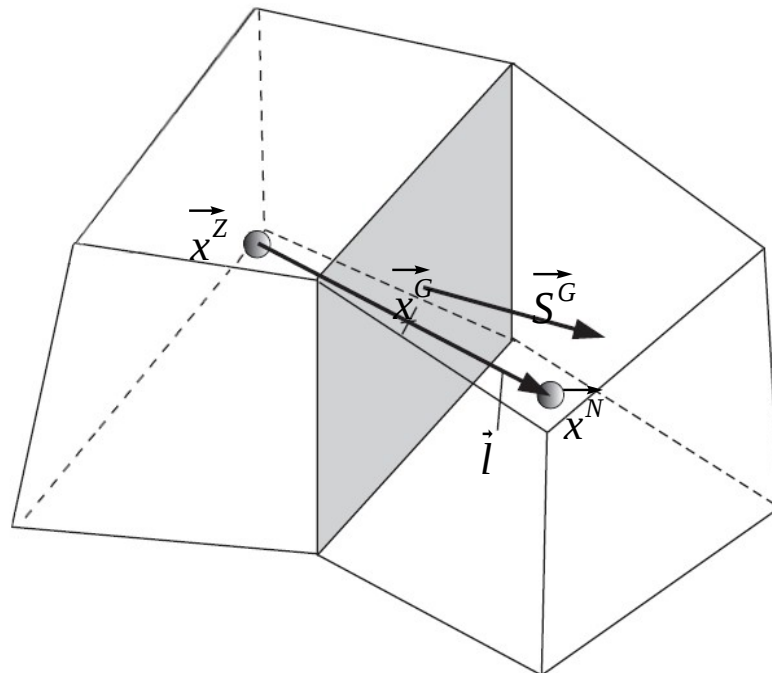


Abb. 2.1 diskretes Strömungsgebiet

Die diskreten Erhaltungsgleichungen jeder Zelle sind mit den C++ - Routinen des Programmpaketes OpenFOAM [5] gelöst. Die Bearbeitung der Netzinformationen geschieht in OpenFOAM unstrukturiert.

Die Oberflächenvariablen u_α^G in den Flächenmittelpunkt x_α^G sind über die Volumenvariablen $u_\alpha^Z \wedge u_\alpha^N$ in den Zellmittelpunkten interpoliert. Dies generiert ein lösbares lineares algebraisches Gleichungssystem.

Die zeitliche Ableitung jedes Kontrollvolumens stützt sich auf drei zeitlich benachbarte Variablen.

$$\left(\frac{\partial u_\alpha(x_y^z, t)}{\partial t}\right)^Z \cdot V^Z = \left(\frac{3 \cdot u_\alpha(x_y^z, t + \Delta t) - 4 \cdot u_\alpha(x_y^z, t) - u_\alpha(x_y^z, t - \Delta t)}{2 \cdot \Delta t}\right) \cdot V^Z \quad (2.21)$$

Zur Wahl des Δt dient das Courant – Kriterium mit der minimalsten Zellkantenlänge oder Zellmittelpunktabstandes l_{min} als charakteristische Längeneinheit.

$$\frac{U_\infty \cdot l_{min}}{\Delta t} \leq 1 \quad (2.22)$$

Der konvektive Term der Impulsgleichung ist quadratisch. Die Linearisierung geschieht durch das separate Berechnen des Flusses Φ^G normal zur jeweiligen Oberfläche.

$$u_\alpha^G \cdot n_\alpha^G \cdot S^G = u_\epsilon^G \cdot S_\epsilon^G = \Phi^G \quad (2.23)$$

Die Gewinnung dieses skalaren Produktes und weiter die Lösung der Impulsgleichungen fordern somit einen iterativen Algorithmus. (Erklärung weiter unten)

$$\int_S u_\beta u_\alpha n_\beta dS = \sum_G u_\beta^G u_\alpha^G \cdot S_\beta^G = \sum_G u_\alpha^G \Phi^G \quad (2.24)$$

Die Interpolation dieses Terms stützt sich linear auf zwei benachbarte Zellwerte.

$$u_\alpha^G \Phi^G = (C^G u_\alpha^Z + (1 - C^G) u_\alpha^N) \cdot \Phi^G \quad (2.25)$$

$$C^G = \frac{\sqrt{(x_\alpha^G - u_\alpha^N)(x_\alpha^G - u_\alpha^N)}}{\sqrt{(x_\alpha^G - u_\alpha^N)(x_\alpha^G - u_\alpha^N)} + \sqrt{(x_\alpha^G - u_\alpha^Z)(x_\alpha^G - u_\alpha^Z)}} \quad (2.26)$$

Es ist in diesen Berechnung ebenfalls ein Polynom 3.Grades für diesen Term benutzt. Das Schema stützt sich auf 4 Stellen in der Nachbarschaft und ist gegen Überschwingen mit einer Schalterfunktion auf das lineare Schema gedrosselt [OpenFOAM].

Der diskrete diffusive Term beinhaltet einen Gradienten. Laplace- und Gradientenoperator sind linear interpoliert.

$$v \left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta}\right)^G \cdot S_\beta^G = v \left(C^G \left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta}\right)^Z + (1 - C^G) \left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta}\right)^N\right) \cdot S_\beta^G = \dots \quad (2.27)$$

$$\left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta}\right)^Z = \frac{1}{V^Z} \int_{V^Z} \left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta}\right)^Z dV = \frac{1}{V^Z} \int_{S^G} u_\alpha^G \cdot n_\beta^G dS = \frac{1}{V^Z} \sum_G u_\alpha^G \cdot n_\beta^G S^G \quad (2.28)$$

$$\left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta}\right)^N = \frac{1}{V^N} \sum_G u_\alpha^G \cdot S_\beta^G \quad (2.29)$$

$$\dots = \nu \left(C^G \left(\frac{1}{V^Z} \sum_G u_\alpha^G \cdot S_\beta^G \right) + (1-C^G) \left(\frac{1}{V^N} \sum_G u_\alpha^G \cdot S_\beta^G \right) \right) \cdot S_\beta^G \quad (2.30)$$

$$\sum_G u_\alpha^G S_\beta^G = \sum_G (C^G u_\alpha^Z + (1-C^G) u_\alpha^N) \cdot S_\beta^G \quad (2.31)$$

Algorithmus

Die Gleichung (2.20) zusammengeführt mit den Interpolationsschemata (2.21) & (2.25) & (2.30) erstellt drei diskrete Gleichungen für die drei Komponenten des Geschwindigkeitsvektors in jeder Zelle.

$$z = I, II, \dots, n \quad \alpha, \beta, \dots = (1, 2, 3)$$

$$\left(\frac{\partial u_\alpha(x_\gamma^z, t)}{\partial t} \right)^z \cdot V^z + \sum_G u_\beta^G u_\alpha^G \cdot S_\beta^G - \sum_G \nu \left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right)^G \cdot S_\beta^G = q_\alpha^z \quad (2.32)$$

Diese Gleichungen der einzelnen Zelle bilden in Matrizenform ein lineares algebraisches Gleichungssystem.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & \dots & K_{1 \ 3 \cdot n} \\ K_{21} & \dots & & & \\ \dots & & & & \\ \dots & & & & \\ \dots & & & & \\ \dots & & & & \\ K_{3 \cdot n \ 1} & & & & K_{3 \cdot n \ 3 \cdot n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1^I \\ u_2^I \\ u_3^I \\ \dots \\ u_1^{II} \\ u_2^{II} \\ \dots \\ \dots \\ u_\alpha^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1^I \\ q_2^I \\ q_3^I \\ \dots \\ q_1^{II} \\ q_2^{II} \\ \dots \\ \dots \\ q_\alpha^n \end{bmatrix} \quad \left[\mathbf{K}_{3 \cdot n \ 3 \cdot n} \right] \cdot (u_\alpha^z) = (q_\alpha^z) \quad (2.33)$$

Zu Beginn jeder Zeitschleife ist der Lösungsvektor q_α^z für jede Zelle durch iteratives Lösen des Gleichungssystems bestimmt. Die Routinen in OpenFOAM [5] zur Lösung der Matrix basieren auf dem konjugiertem Gradienten Verfahren.

Die Anzahl der Zeitschleifen ergibt sich aus der Zeitschrittweite Δt und der Gesamtrechnenzeit T . In jeder Zeitschleife folgen nach der Bestimmung von q_α^z weiter verschachtelte Schleifen. Sie dienen zur iterativen Gewinnung eines Flusses Φ^G , eines Druckfeldes und eines korrigierten Geschwindigkeitsfeldes. Diese Iterationen bezwecken eine gleichzeitige Erfüllung der Masse- und Impulsbilanzen aller Felder.

$$\int_V \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha} dV = \int_S u_\alpha n_\alpha dS = 0 = \sum_G u_\alpha^G S_\alpha^G = \sum_G \Phi^G \quad (2.34)$$

Die Massenerhaltung ist erfüllt mit dem Verschwinden der Summe der Flüsse.

Algorithmus in schematischer Darstellung :

for $t_0 \rightarrow t+\Delta \rightarrow T$

$$\begin{aligned} \left[\mathbf{K}_{3 \cdot n \ 3 \cdot n} \right] \cdot \left(u_\alpha^Z \right) &= \left(q_\alpha^Z \right) \rightarrow \mathbf{CG}\text{-Verfahren} \rightarrow \left(\mathbf{K}^Z \right) \cdot \left(u_\alpha^Z \right) = \left(q_\alpha^Z \right) \\ \left(q_\alpha^Z \right) &= - \left(\frac{\partial p}{\partial x_\alpha} \right)^Z \cdot V^Z = - \sum_G p^G \cdot S_\alpha^G = - \sum_G \left(C^G p^Z + (1-C^G) p^N \right) \cdot S_\alpha^G \\ &\rightarrow \text{solve} \rightarrow \left(p^Z \right) \end{aligned}$$

for $0 \rightarrow +1 \rightarrow \text{corr}$
 (*corr* - festgelegte Anzahl zur orthogonalen Korrektur)

$$\begin{aligned} u_\alpha^Z &= \frac{1}{K^Z} \cdot q_\alpha^Z = R^Z \cdot q_\alpha^Z \\ R^G \cdot u_\alpha^G &= \left(C^G R^Z + (1-C^G) R^N \right) \cdot \left(C^G u_\alpha^Z + (1-C^G) u_\alpha^N \right) \\ \Phi^G &= u_\alpha^G \cdot S_\alpha^G + R^G u_\alpha^G \cdot \Phi^G \end{aligned}$$

for $0 \rightarrow +1 \rightarrow \text{ncorr}$
 (*ncorr* - nonorthogonalen Gitterkorrektur)

$$\sum_G R^G \left(\frac{\partial p}{\partial x_\alpha} \right)^G S_\alpha^G = \sum_G R^G \Phi^G \rightarrow \mathbf{CG} \rightarrow R^Z \cdot p^Z = q^Z$$

$$\mathbf{p}^Z = \frac{q^Z}{R^Z}$$

end ;

$$\mathbf{u}_\alpha^Z = R^Z \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial x_\alpha} \right)^Z$$

end ;

Aus dem Geschwindigkeitsfeld \mathbf{u}_α^Z und Druckfeld \mathbf{p}^Z sind in jedem Zeitschritt weitere Strömungsgrößen abgeleitet.

end ;

2.3 Abgeleitete physikalische Strömungsgrößen

In dieser Arbeit besitzen die aus dem Druck- und Geschwindigkeitsfeld abgeleiteten Kräfte der Geometrieoberfläche höchstes Interesse. In den strömungsinduzierten Kräften wird der Einfluss der Strömung auf die undulierten Geometrien deutlich. Die Bestimmung der Oberflächenkräfte ist nötig um die Strömungsoptimierung vom Zylinder zur Vibrisse zu zeigen. Die auf die Geometrien wirkende Kraft soll mit möglichst hoher zeitlicher Auflösung bestimmt werden. Die Kraftfelder erfordern damit ihre direkte Berechnung im Lösungsalgorithmus. In den numerischen Strömungslöser ist die Berechnung des Kraftvektors jeder Oberflächenzelle implementiert. Eine Berechnung der Kraftvektoren ist nur auf der Oberfläche der Geometrien nötig. Des Weiteren ist die zeitlich hoch aufgelöste Ausgabe des Kraftfeldes auf Grund des begrenzten digitalen Speicherplatzes auch nur in den Oberflächenzellen möglich.

Wandkräfte

Die Berechnung der aus der Strömung resultierende Druckkräfte und Scherkräfte auf die Oberfläche ist direkt in jede Zeitschleife eingebunden. Um Speicherressourcen zu sparen sind die Vektoren nur in den zur umströmten Geometrieoberfläche gehörenden Zellflächen berechnet und ausgeschrieben. Die Addition der Druck- und Scherkräfte ergibt den auf die Zellfläche- oder wand wirkenden Kraftvektor.

$$\begin{aligned} f_{\alpha}(x_{\alpha}, t) &= \rho \cdot p \cdot S_{\alpha} + \mu \cdot \left(\frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} + \frac{\partial u_{\beta}}{\partial x_{\alpha}} \right) \cdot S_{\beta} \\ &= \rho \cdot p^G \cdot S_{\alpha}^G + \mu \cdot \left(\frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} + \frac{\partial u_{\beta}}{\partial x_{\alpha}} \right)^G \cdot S_{\beta}^G = f_{\alpha}^G(x_{\alpha}, t) \end{aligned} \quad (2.35)$$

Zeitlich gemitteltes Geschwindigkeitsfeld und Druckfeld

$$\bar{u}_{\alpha}(x_{\beta}) = \frac{1}{T} \int_T u_{\alpha}(x_{\beta}, t) dt = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N u_{\alpha}(x_{\beta}, t_0 + n \cdot \Delta t) \quad N = \frac{T}{\Delta t} \quad (2.36)$$

$$\bar{p}(x_{\beta}) = \frac{1}{T} \int_T p(x_{\beta}, t) dt = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N p(x_{\beta}, t_0 + n \cdot \Delta t) \quad (2.37)$$

Reynoldsspannungen

Kreuz- und Autokorrelationen der Geschwindigkeitsschwankungen

$$\overline{(u'_{\alpha} \cdot u'_{\beta})} = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (u_{\alpha}(x_{\gamma}, t) - \overline{u_{\alpha}(x_{\gamma})}) \cdot (u_{\beta}(x_{\gamma}, t) - \overline{u_{\beta}(x_{\gamma})}) \quad (2.38)$$

Resultierende Kräfte

Die gesamte auf die umströmte Geometrie wirkende Kraft F_{α} ist die Summe aller an der Oberfläche der Geometrie angreifenden Kräfte.

$$F_{\alpha}(x_s, t) = \sum_O f_{\alpha}^O \quad (2.39)$$

Der Lauer O steht für alle Hexaeder Z die eine Seitenfläche G mit der Geometrieoberfläche S_O teilen. x_s bezeichnet den Schwerpunkt des geometrischen Körpers.

Diese aus der Strömung resultierende Kraft ist mit der in Hauptströmungsrichtung x_1 projizierten Geometrieoberfläche A_w und dem dynamischen Druck der Anströmung normiert.

$$\text{projizierte Anströmfläche} \quad A_w = \frac{1}{2} \cdot \int_{S_O} n_1 ds = \frac{1}{2} \cdot \sum_G n_1 S_O^G \quad (2.40)$$

$$\text{Widerstandsbeiwert} \quad C_w = \frac{2 \cdot F_1}{\rho U_{\infty}^2 A_w} \quad (2.41)$$

$$\text{Auftriebsbeiwert} \quad C_A = \frac{2 \cdot F_2}{\rho U_{\infty}^2 A_w} \quad (2.42)$$

Druckbeiwert

$$C_p = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho U_{\infty}^2} \quad (2.43)$$

Wirbelstärkevektor

Der Rotationsvektor ω_{α} ist das Vektorprodukt (Gl. 2.45) des asymmetrischen Anteils $\Omega_{\alpha\beta}$ der Verzerrungsgeschwindigkeiten $E_{\alpha\beta}$.

$$E_{\alpha\beta} = \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} + \frac{\partial u_{\beta}}{\partial x_{\alpha}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} - \frac{\partial u_{\beta}}{\partial x_{\alpha}} \right) = \Psi_{\alpha\beta} + \Omega_{\alpha\beta} \quad (2.44)$$

$$\omega_{\gamma} = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \cdot \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} \quad (2.45)$$

Wirbelkriterium

Das Dyadenprodukt der Deformation subtrahiert vom Dyadenprodukt der Rotation identifiziert mit allen positiv berechneten Werten $Q(x_{\alpha}, t)$ eine Wirbel einhüllende Fläche.

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{2} (\Omega_{\gamma\delta} \Omega_{\gamma\delta} - \Psi_{\alpha\beta} \Psi_{\alpha\beta}) = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{\gamma}}{\partial x_{\delta}} - \frac{\partial u_{\delta}}{\partial x_{\gamma}} \right) \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{\gamma}}{\partial x_{\delta}} - \frac{\partial u_{\delta}}{\partial x_{\gamma}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} + \frac{\partial u_{\beta}}{\partial x_{\alpha}} \right) \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} + \frac{\partial u_{\beta}}{\partial x_{\alpha}} \right) \right) \end{aligned} \quad (2.46)$$

turbulente kinetische Energie

$$E_{kin} = k = \frac{1}{2} (u'_{\beta} u'_{\beta}) \quad (2.47)$$

3. Numerisch untersuchte Geometrien

Jedes diskretisierte Strömungsgebiet hat seinen Koordinatenursprung im Schwerpunkt der jeweiligen vernetzten Geometrie. Abbildung 3.2 unten stellt jede sechste Zelle des Rechengitters da. Im Bereich großer Gradienten nimmt die Zelldichte der Netze entsprechend zu.

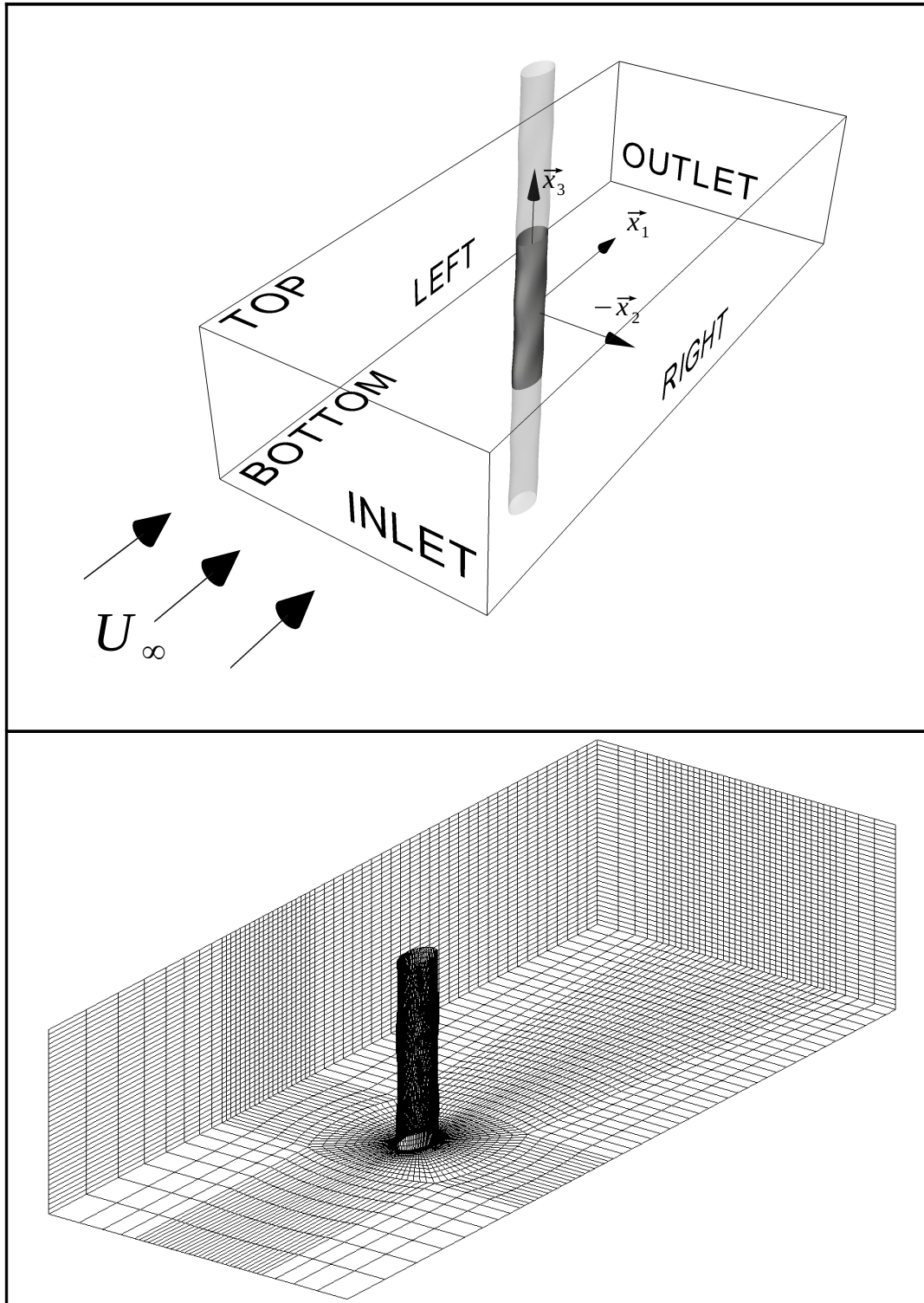


Abb. 3.2 Bezeichnungen, Randflächen und Vernetzung der diskretisierten Rechengebiete (präsentierte Zellanzahl ist ein sechstel der genutzten Zellanzahl)

Die Anströmrichtung entspricht der positiven x_1 - Achse. Die Spannweitenachse der unendlich langen Geometrien entspricht der x_3 - Komponente des orthogonalen Dreibeins. Mit Blick in Anströmrichtung zeigt die zweite kartesische Komponente nach links. Bis auf wenige spezifische Parameter baut sich jedes Rechengebiet mit diesen Voraussetzungen nun an der charakteristischen Grösse D_h der jeweiligen Geometrie auf. Die Tabelle 3.1 listet die strömungstechnischen Kenngrößen, die Bemessungen in Richtung x_1 und x_2 sowie den wandnahesten Zellabstand jedes Rechengebietes auf.

Kenngröße	Definition
Reynoldszahl	$R_e = U_\infty \cdot D_h \cdot \nu^{-1} = 500$
Kinematische Viskosität von Wasser	$\nu = 10^{-6} m^2 \cdot s^{-1}$
Dichte von Wasser	$\rho = 10^3 kg \cdot m^{-3}$
Anströmgeschwindigkeit	$U_\infty = \nu \cdot R_e \cdot D_h^{-1}$
Wertebereich x_1	$-10 \cdot D_h \leq x_1 \leq 15 \cdot D_h$
Wertebereich x_2	$-5 \cdot D_h \leq x_2 \leq 5 \cdot D_h$
Breite der wandnahesten Zelle	$\Delta a_r = 0.00111 \cdot D_h$

Tabelle. 3.1 gemeinsame Kenngrößen der Rechengebiete

Jedes Gitter zählt rund acht Millionen Hexaederzellen zur direkten numerischen Simulation. Der Wertebereich der Spannweitenachse und die Gitterauflösung der Geometrieoberflächen sind weiter unten in diesem Kapitel mit der Definition jeder einzelnen Geometrie konkretisiert.

Randbedingungen

Die Bezeichnungen der Randbedingungsflächen ist in Abbildung 3.2(oben) zu sehen.

Alle Zellflächenwerte der **INLET** – Fläche besitzen für die Komponenten des Vektors \vec{u} feste Werte. Dies beschreibt eine laminare Anströmung mit U_∞ . Der Skalarwert des Druckes p auf den Zellflächen besitzt einen verschwindenden Gradienten.

$$u_\alpha^{INLET} = \begin{pmatrix} U_\infty \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{INLET} \quad \left(\frac{\partial p}{\partial x_\alpha} \right)_{INLET} = 0_\alpha \quad (3.1)$$

Die Randbedingung der Flächen **UP** und **DOWN** simulieren die Umströmung des unendlich langen Körpers. Diese Flächen liegen exakt parallel zueinander und ihre Normalenvektoren zeigen in Spannweitenrichtung aus dem Strömungsgebiet. Durch die Vernetzungsgleichheit stimmen die Normalenvektoren der einzelnen Zellflächen $n_\alpha^{UP} \cdot S^{UP} = -n_\alpha^{DOWN} \cdot S^{DOWN}$ überein. Die Geschwindigkeits- und Druckwerte für diese Zellflächen sind gleichgesetzt. Dies simuliert ein periodisches Strömungsfeld in Spannweitenrichtung.

Die Zellen der linken und rechten Berandung besitzen sogenannte Slip – Randbedingungen für das Geschwindigkeitsfeld. Die Druckrandbedingung ist die selbe wie auf der Einlassflächen.

$$\left[u_\alpha \cdot n_1 = u_1 = 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial u_\alpha}{\partial n_2} = \frac{\partial u_2}{\partial n_2} = 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial u_\alpha}{\partial n_3} = \frac{\partial u_3}{\partial n_3} = 0 \right]_{L \wedge R} \quad (3.2)$$

Am Auslass, auf der sogenannten **OUTLET** – Fläche, sind für den Druck konvektive Auslassrandbedingungen gesetzt. Dies bedeutet einen Transport des Skalars aus dem Rechenggebiet mit der konvektiven bzw. normalen Geschwindigkeit der Fläche. Die Berechnung beschreibt die Burgergleichung (3.3). Die Normalenrichtung der **OUTLET** – Fläche entspricht der Anströmrichtung x_1 .

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t} + u_1 \cdot \frac{\partial p}{\partial n_1} = 0 \right)_{OUTLET} \quad (3.3)$$

In den Berechnung ist die Geschwindigkeit auf der Geometrieoberfläche Null. Der Druckgradient jeder geometrischen Oberfläche muss verschwinden.

$$u_\alpha^o = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_o \quad \left(\frac{\partial p}{\partial x_\alpha} \right)_o = 0_\alpha \quad (3.4)$$

Vibrisse V

Die idealisierte Vibrisse ist durch zwei unterschiedliche Ellipsen beschrieben. Die Mittelpunkte der Ellipsen liegen mit einem Abstand $M = 1,8292 \text{ mm}$, dem Modulationsabstand, auf der Koordinatenachse x_3 .

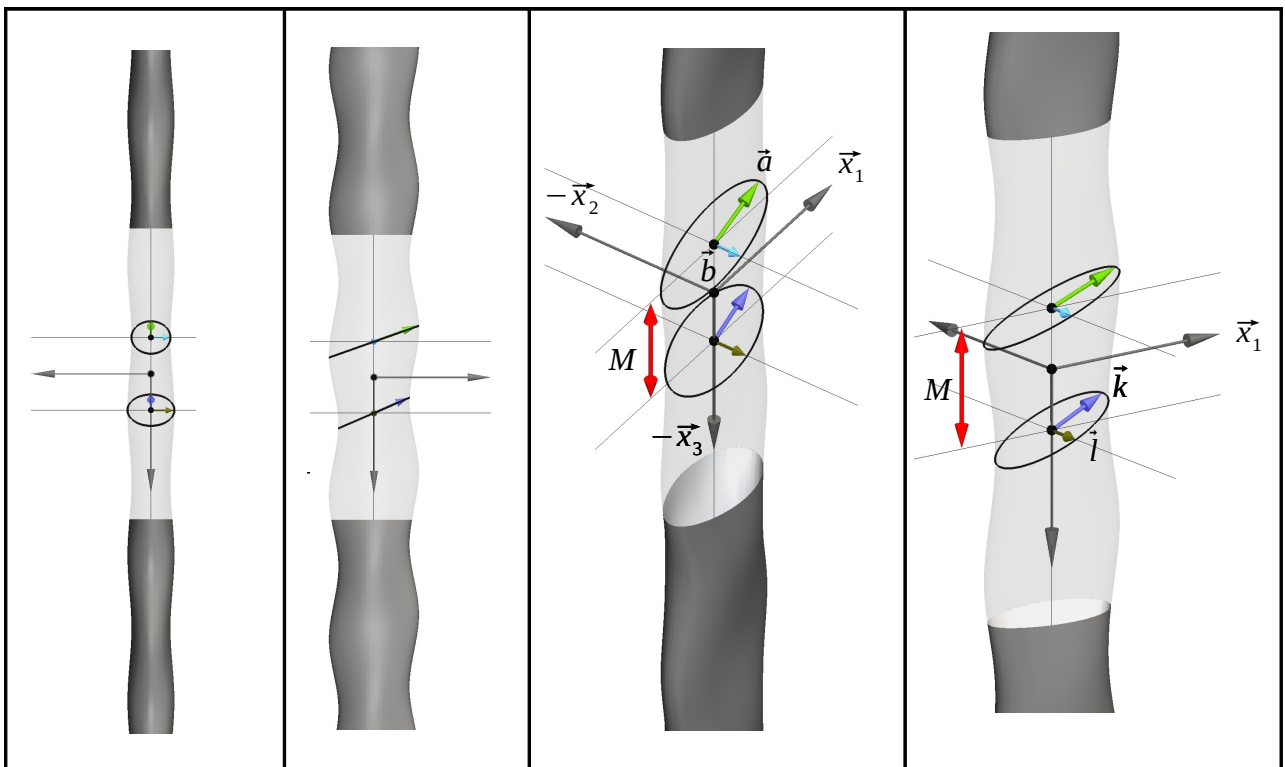


Abb. 3.3 idealisierte Vibrissengeometrie

Die Ellipsen neigen sich mit unterschiedlichen Winkeln um die Achse x_2 und besitzen verschiedene Halbachsenverhältnisse. Das periodisches Wiederholen der einzelnen Ellipsen im Abstand $P=2 \cdot M$ längs der Spannweitenachse x_3 formt eine unendlich lange Vibrisse. Die Vibrissengeometrie ist durch vier Vektoren \vec{a} \vec{b} \vec{k} \vec{l} und dem Modulationsabstand M in Abbildung 3.3 eindeutig diskretisiert.

$$\begin{aligned}
 a_\alpha &= \begin{pmatrix} 1,1121 \cdot \cos(15,2^\circ) \\ 0 \\ 1,1121 \cdot \sin(15,2^\circ) \end{pmatrix} \cdot mm & b_\alpha &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0,4849 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot mm \\
 k_\alpha &= \begin{pmatrix} 0,8843 \cdot \cos(17,6^\circ) \\ 0 \\ 0,8843 \cdot \sin(17,6^\circ) \end{pmatrix} \cdot mm & l_\alpha &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0,5838 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot mm
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Aus den Umfängen und Flächeninhalten der Ellipsen, Tabelle 3.1, ist die charakteristische Größe $D_h = 4 \cdot A \cdot U^{-1}$ zur Normierung gewonnen.

Gemittelte idealisierte Vibrisse	Ellipse \vec{a} \vec{b}	Ellipse \vec{k} \vec{l}
$A [mm^2]$	1.6941	1.6219
$U [mm]$	5.2125	4.6606
D_h	1.3000	1.392
Gemitteltes D_h	1.346	

Tabelle. 3.2 hydraulischer Durchmesser Vibrisse

In den Vorarbeiten [6], [4] ist die Gewinnung dieser idealisierten Parameter aus der Vermessung natürlicher Seehundbarthaare und die Berechnung der geometrischen Oberfläche durch kubische Splinefunktionen detailliert beschrieben.

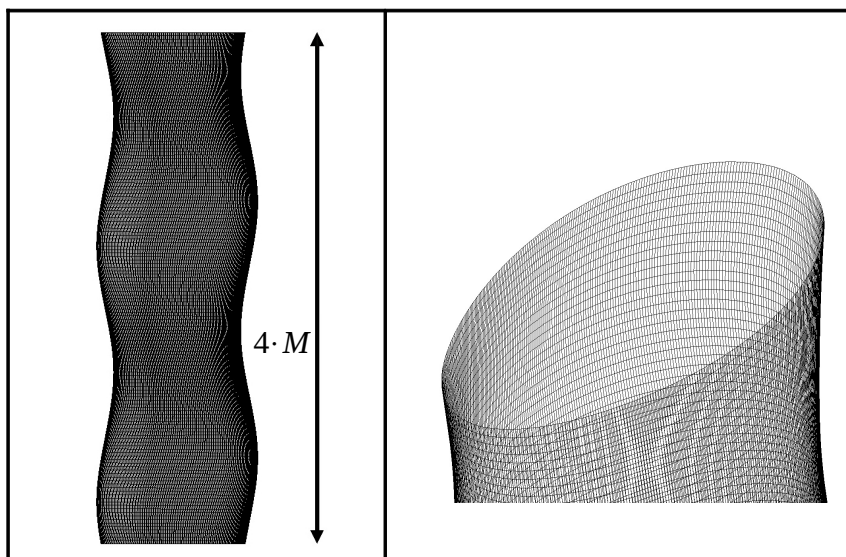


Abb. 3.4 diskretisierte Vibrisse

Die Flächen der periodischen Randbedingung schneiden die diskretisierte Vibrisse mit einer Entfernung von vier Modulationsabständen. Dies beschreibt einen Wertebereich in Spannweitenrichtung $-2 \cdot M \leq x_3 \leq 2 \cdot M$. Die Schnitte liegen mittig zwischen den Mittelpunkten der Ellipsen. Die Spannweite ist mit 147 Zellen und der Umfang mit 386 Zellen aufgelöst.

Geometrisch evolutionärer Prozess

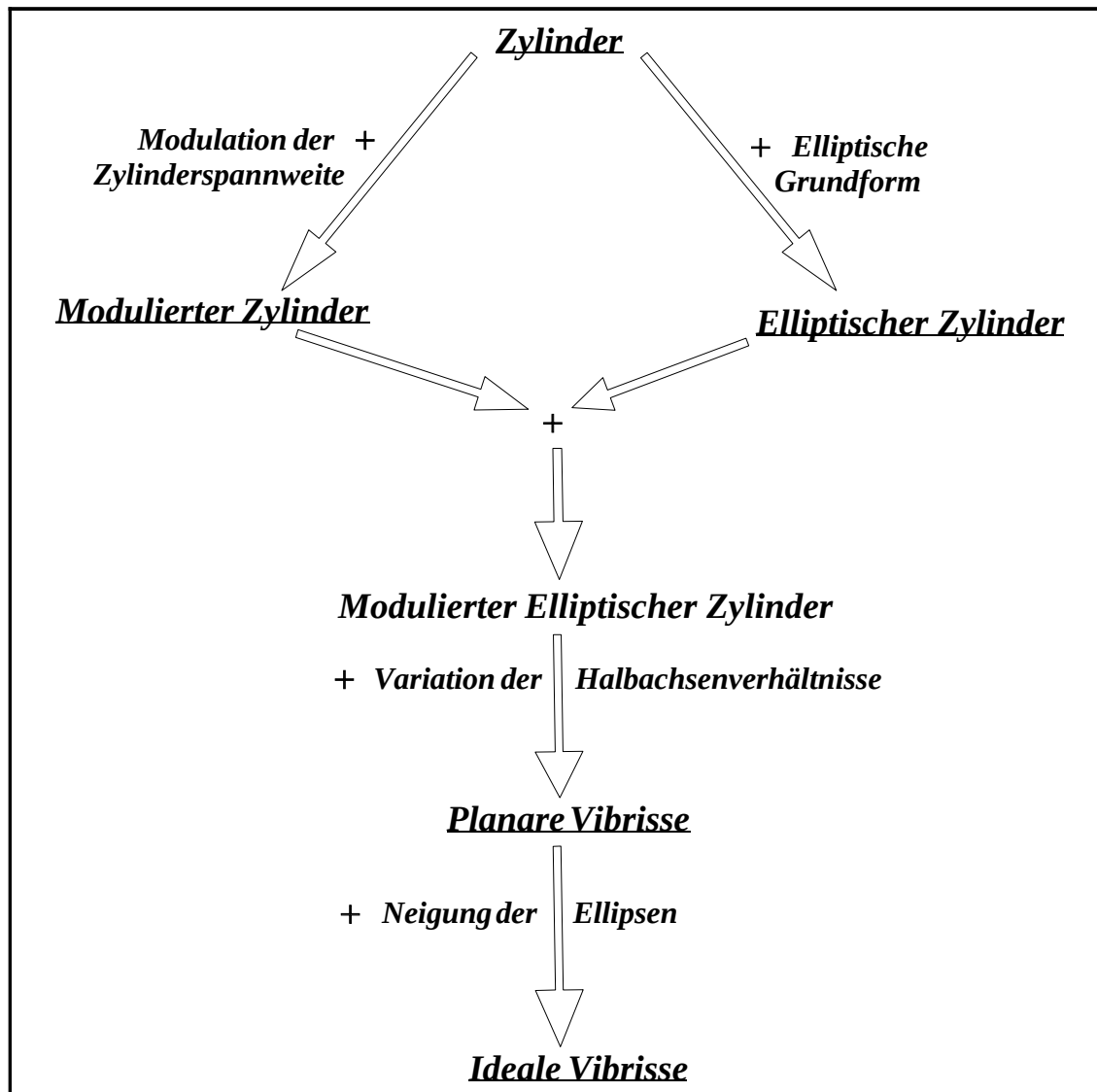


Abb. 3.5.a Schema des geometrisch evolutionärer Prozesses vom Zylinder zur Vibrisse

Die Form der idealen Vibrisse kann in einem evolutionären Prozess vom Startpunkt des Zylinders gewonnen werden (Abb. 3.5.a). Aus dem evolutionären Prozess in Abbildung 3.5.a leiten sich weiter Geometrien zur Berechnung ab. Die Berechnung der Umströmung dieser Geometrien soll die zugehörige Entwicklung der Nachlaufstrukturen vom Zylinder zur Vibrisse verdeutlichen. Im Folgenden sind die einzelnen numerischen Berechnungen dieser zusätzlichen Geometrien definiert.

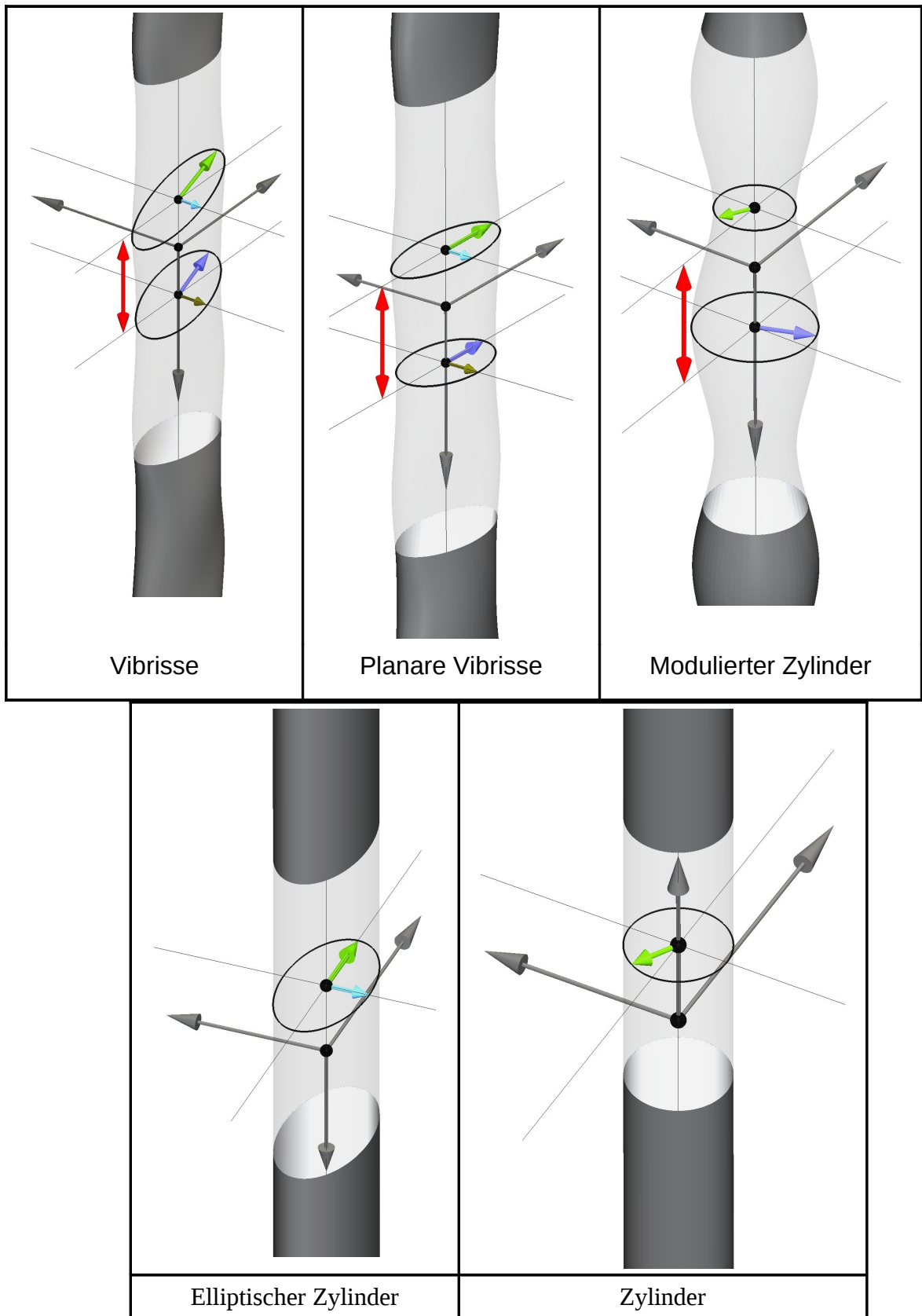


Abb. 3.5.b evolutionäre geometrische Folge

Planare Vibrisse PV

Die Umströmung einer planaren Vibrisse identifiziert den Einfluss der Ellipsenneigung in der Vibrissenberechnung. Die Parameter dieser Geometrie sind die selben wie die der Vibrisse. Als einziger Unterschied liegen die Ellipsen der planaren Vibrisse parallel zur $x_1 x_2$ - Ebene.

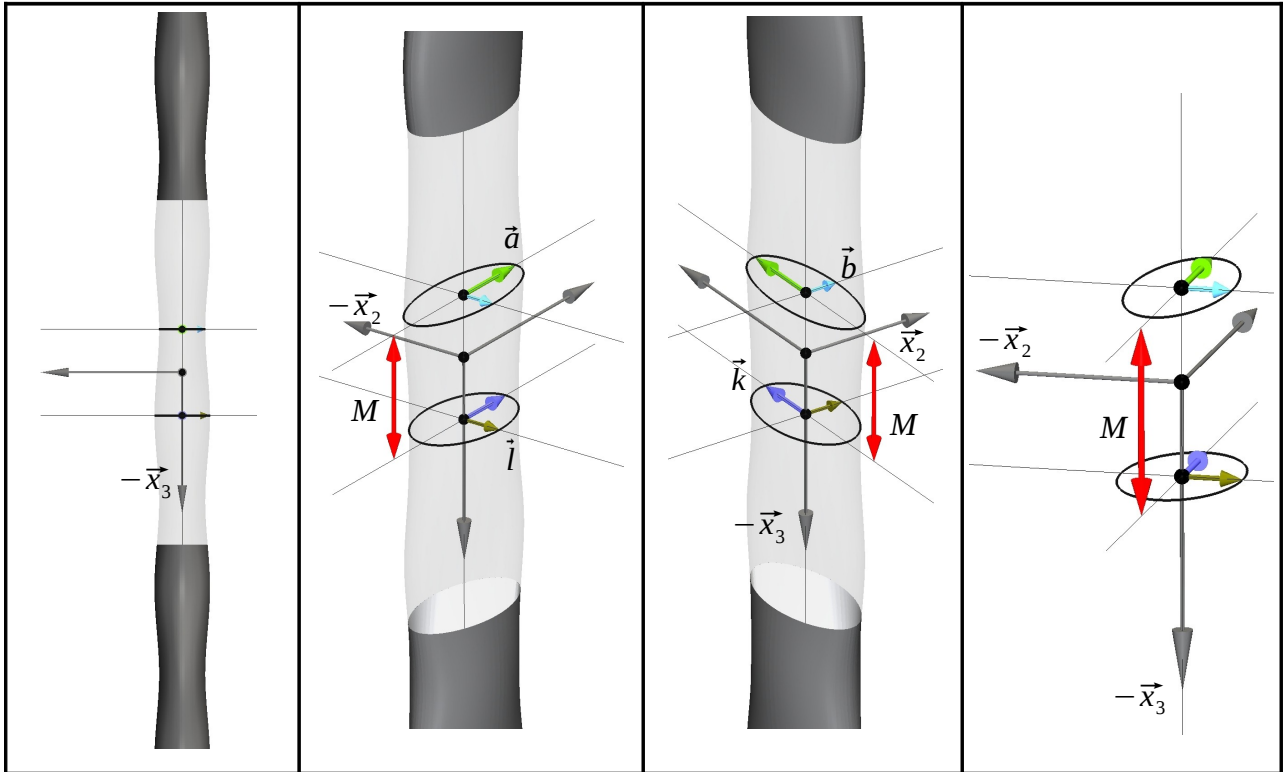


Abb. 3.6 planare Vibrissengeometrie

$$a_\alpha = \begin{pmatrix} 1,1121 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot mm \quad b_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,4849 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot mm \quad k_\alpha = \begin{pmatrix} 0,8843 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot mm \quad l_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,5838 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot mm \quad (3.6)$$

$$D_h = 1,346 mm \quad M = 1,8292 mm \quad (3.7)$$

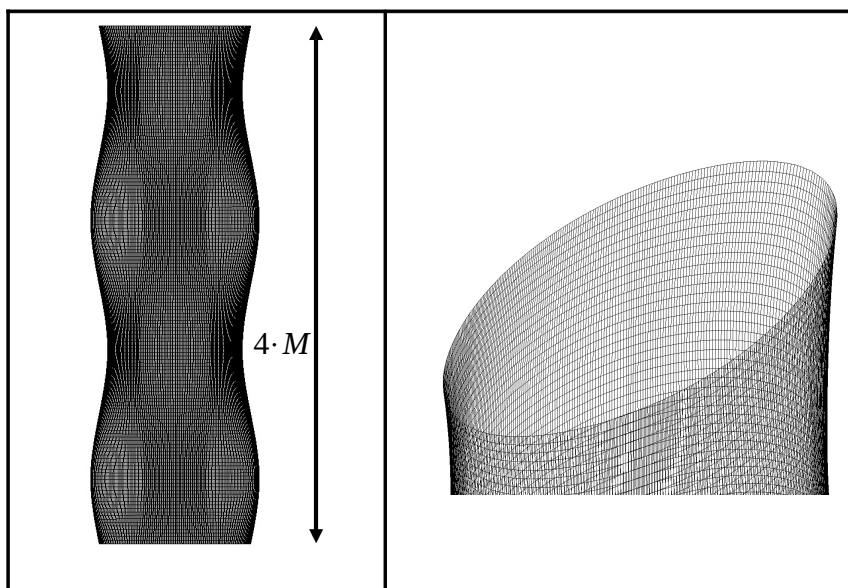


Abb. 3.7 diskretisierte planare Vibrisse

Der Wertebereich in Spannweitenrichtung, Netzauflösung der Oberfläche und Art der periodischen Flächenschnitte sind die selben wie bei der Vibrissengeometrie.

Modulierter Zylinder MZ

Die Umströmung des modulierten Zylinders beschreibt den reinen Modulationseinfluss auf die Nachlaufstrukturen im Vergleich zum Zylinder. Um die Verhältnisse zwischen Modulationsabstand und den charakteristische Größen zu wahren sind die Parameter dieser Geometrie aus denen der Vibrissengeometrie gemittelt.

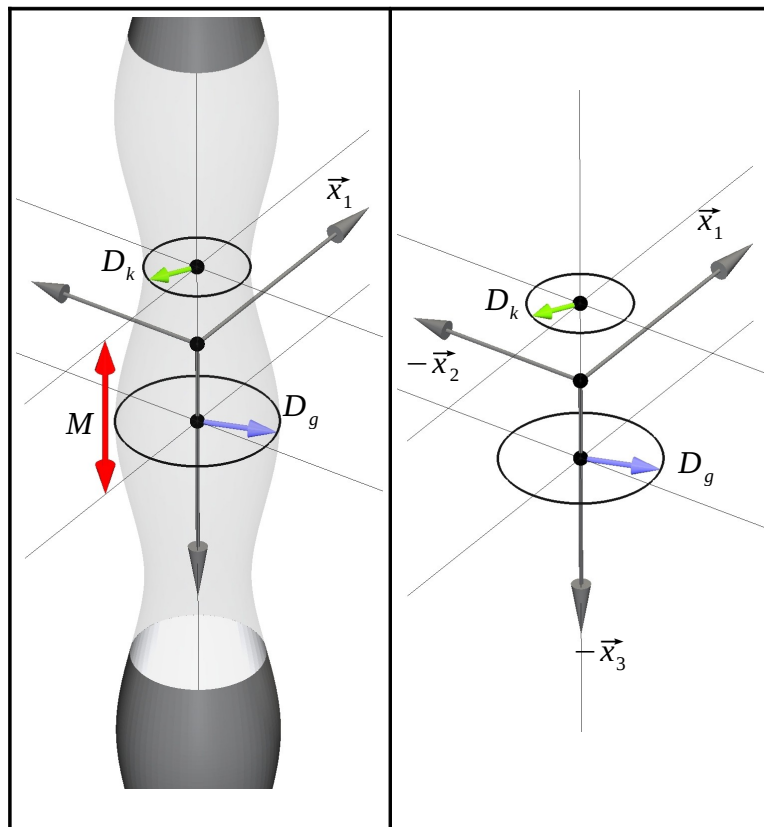


Abb. 3.8 modulierte Zylindergeometrie

$$\frac{\left| 1 + \frac{|\vec{a}|}{|\vec{k}|} \right| + \left| 1 - \frac{|\vec{b}|}{|\vec{l}|} \right|}{2} = \Delta d \quad (3.8)$$

$$D_g = D_h \cdot (1 + \Delta d) \quad D_k = D_h \cdot (1 - \Delta d) \quad (3.9)$$

$$D_h = 1,346 \text{ mm} \quad M = 1,8292 \text{ mm} \quad (3.10)$$

Auch hier sind der Wertebereich in Spannweitenrichtung, die Netzauflösung der Oberfläche und die Art der periodischen Flächenschnitte die selben wie bei der Vibrissengeometrie.

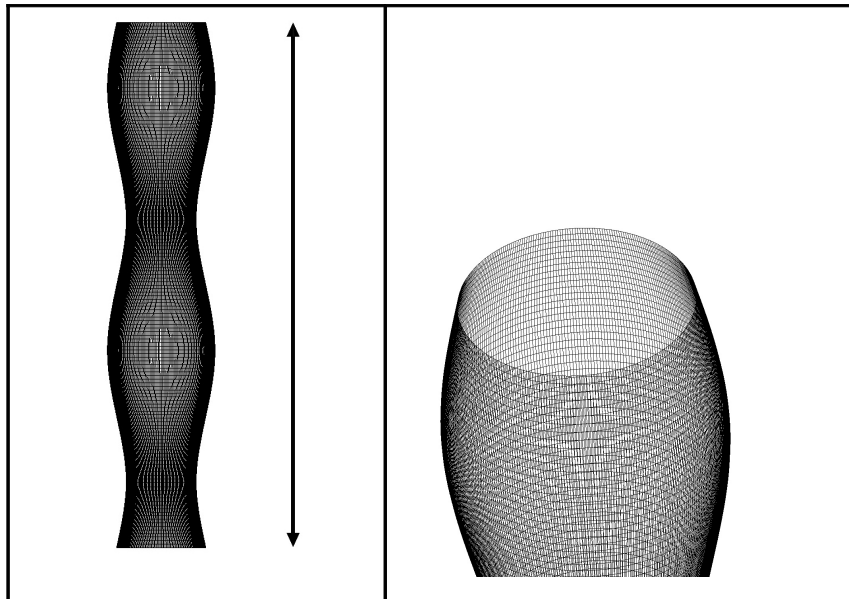


Abb. 3.9 diskretisierter modulierter Zylinder

Elliptischer Zylinder EZ

Eine weitere Fragestellung ist der Einfluss der reinen elliptischen Grundform in den Nachlaufstrukturen der Vibrisse. Die Halbachsen der Ellipse des elliptischen Zylinders sind aus den beiden Ellipsen der Vibrissengeometrie linear gemittelt.

$$a_\alpha = \begin{pmatrix} 0,9982 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot mm \quad b_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,53435 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot mm \quad D_h = 4 \cdot A \cdot U^{-1} = 1,3184 mm \quad (3.11)$$

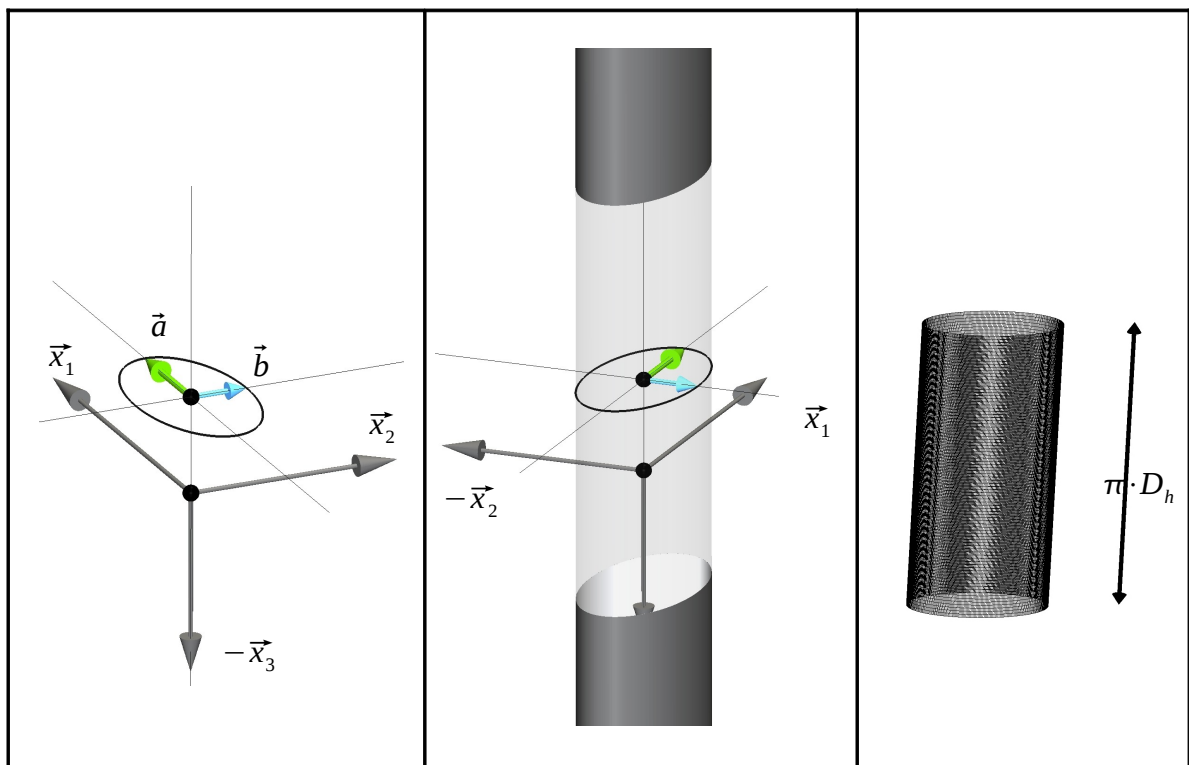


Abb. 3.10 elliptische Zylindergeometrie

Vom Zylinder und vom elliptischen Zylinder sind in Spannweitenrichtung $\pi \cdot D_h$ der Geometrie diskretisiert. Die Spannweitenauflösung beträgt bei beiden Rechnungen 91 Zellen und 363 Zellen liegen auf dem Umfang der Geometrien.

Zylinder Z

Der Vergleich zu den bekannten Nachlaufstrukturen der Zylinderumströmung macht die Interpretation der komplexen Strukturen der Vibrisse erst möglich. Zugleich zeigen sich damit direkt die strömungsoptimierten Eigenschaften der Vibrisse. Für die Festlegung des charakteristischen Zylinderdurchmessers ist nur entscheidend, dass die Reynoldszahl gewahrt bleibt.

$$D_h = D = R_e \cdot \nu \cdot U_\infty = 500 \cdot \nu \cdot U_\infty \quad (3.12)$$

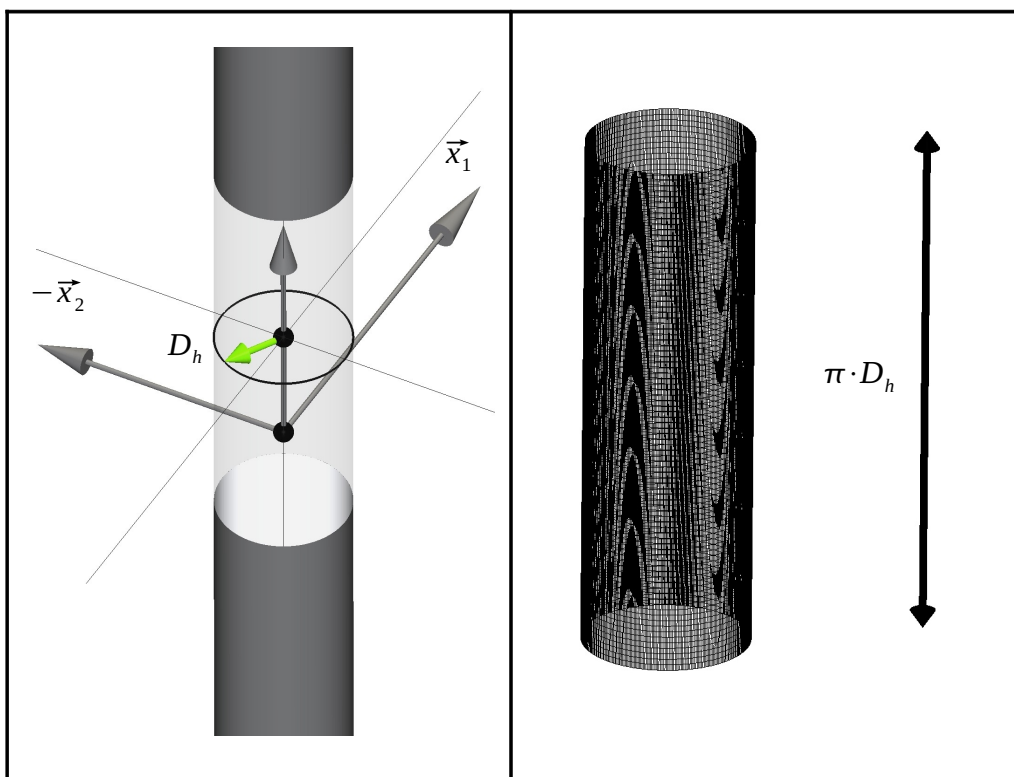


Abb. 3.11 Zylindergeometrie

4. Oberflächenkräfte und Nachlaufstrukturen der evolutionär undulierten Geometrien bei Reynoldszahl 500

Die Auswertung der berechneten Strömungsfelder beginnt mit der Kräftewirkung der Strömung auf die unterschiedlichen Geometrien. Dies präsentiert einen deutlichen Eindruck über die Auswirkung der verschiedenen Undulierungen auf die strömungsinduzierten Kräfte. Die Ursachen sind dementsprechend in den Strukturen der Nachlaufgebiete identifiziert und interpretiert.

4.1 Strömungsinduzierte Kräfte

Aus denen im Lösungsalgorithmus gewonnenen Oberflächenkräften und Strömungsfeldern ist zu jeder Geometrie die resultierende Kraft bestimmt und zeitlich gemittelt.

$$\overline{F_\alpha(x_\alpha)} = \frac{1}{T} \int_T F_\alpha(x_\alpha, t) dt = \frac{1}{T} \int_T F_\alpha(u_\alpha(x_\alpha, t), p(x_\alpha, t)) dt = F_\alpha(\overline{u_\alpha(x_\alpha)}, \overline{p(x_\alpha)}) \quad (4.1)$$

Es entstehen zwei Möglichkeiten zur Gewinnung der zeitlichen Mittelung der resultierenden Kraft. Die Ergebnisse liefern den selben Wert. Die zeitlich gemittelte resultierende Kraft kann aus den zeitlich gemittelten Strömungsfeldern gewonnen werden. Die zeitlich gemittelten Strömungsfelder \vec{u} und \vec{p} sind mit ausreichender Mittelungszeit symmetrisch zur Ebene $n_2(x_2=0)$. Dies lässt im zeitlich gemittelten Kraftvektor die zweite und dritte Komponente verschwinden. Tabelle 4.1 zeigt den zeitlich gemittelten Widerstandsbeiwert aller Geometrien.

	V	PV	MZ	EZ	Z
$\overline{C_w}$	0.77	0.74	1.21	0.87	1.21

Tabelle. 4.1 zeitlich gemittelter Widerstandsbeiwert

Aus den Werten der Tabelle ist deutlich die Minderung des Strömungswiderstandes der elliptisch basierenden Geometrien in Relation zu den zylindrischen lesbar. Der zeitlich gemittelte Strömungswiderstand des modulierten und ebenen Zylinders sind gleich. Eine reine zylindrische Modulation in Spannweitenrichtung bringt in der integralen Größe der resultierenden Widerstandskraft keine Veränderung. Die rein elliptische Grundform mindert den Strömungswiderstand um rund 28% im Vergleich zum umströmten Zylinder. Die geometrische Kombination der Vibrisse, aus elliptischer Grundform plus Modulation der Halbachsenverhältnisse in Spannweitenrichtung und Neigung der Ellipsen zur Anströmrichtung, sorgt für einen Abfall von rund 36%. Die Parallelstellung der unterschiedlichen Ellipsen zur Anströmung der planaren Vibrissengeometrie optimiert den Widerstandsbeiwert um rund 39% im Gegensatz zur Referenzgeometrie des Zylinders. Die Vibrisse beschreibt idealisiert die natürlich strömungsoptimierte Form der Seehundbarthaare. Der Widerstandsbeiwert der planaren Vibrisse deutet eine denkbare Schrägstellung des gesamten Seehundbarthaares in der natürlichen Umgebung an. Damit ist eine Parallelstellung der Vibrissenellipsen zur Strömungsrichtung verbunden. Die Abbildung 4.1 vergleicht im oberen Teil ausgewählten Zeitverläufe der Widerstandsbeiwerte von Zylinder Z und Vibrisse V. Die im zeitlichen Mittel verschwindende Kraftkomponente des Auftriebs der Geometrien ist im unteren Teil der Abbildung über der Zeit dargestellte. In diesem Diagramm sind ausgewählte

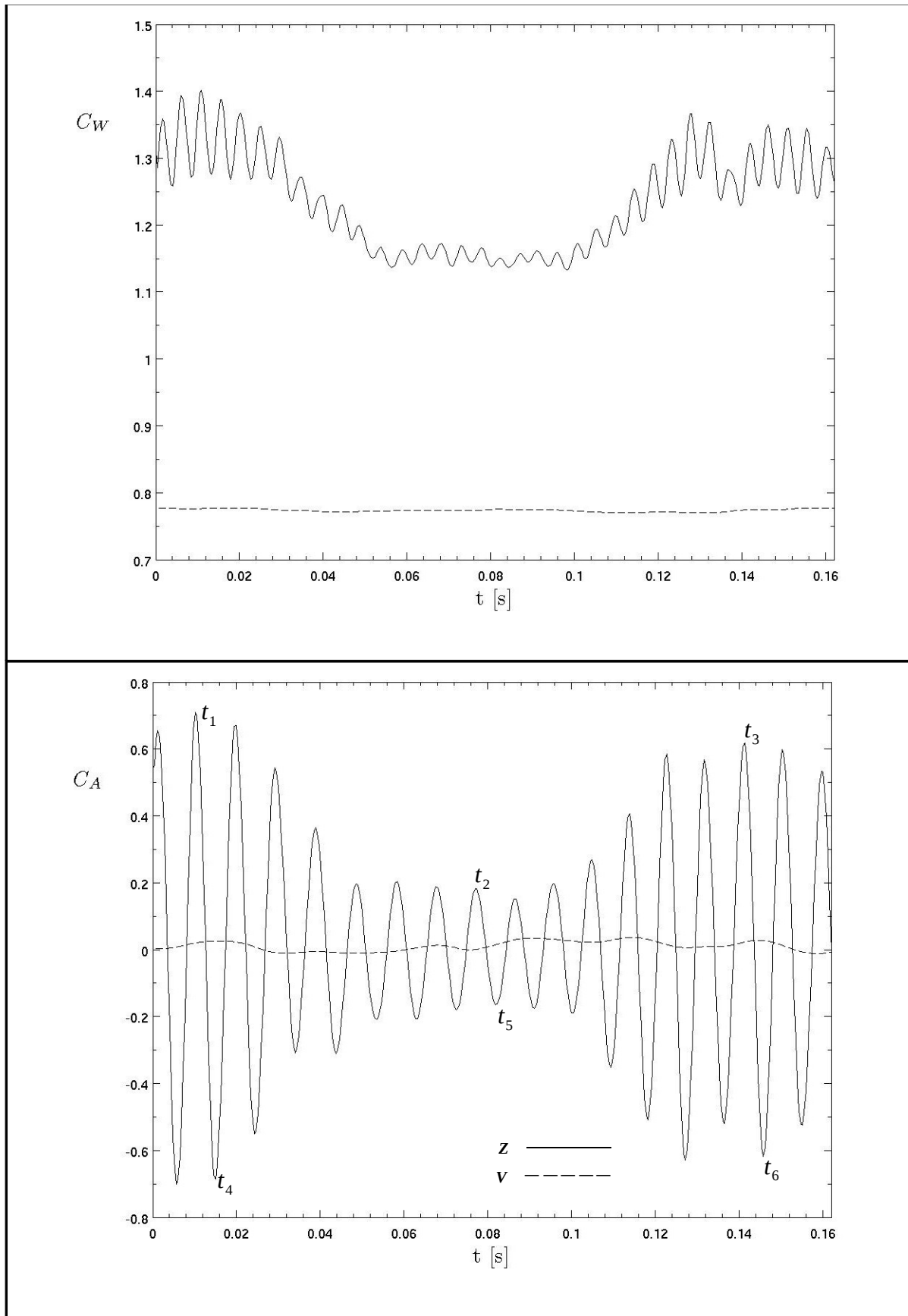


Abb. 4.1 Zeitverläufe der Kraftbeiwerte für Zylinder und Vibrisse

Zeitpunkte (t_1 bis t_6 in Abbildung 4.1) lokaler Minima und Maxima markiert. Diese besitzen in der weiteren Auswertung Gewichtung. Die Kraftkomponente in Spannweitenrichtung besitzt bei keiner der Geometrien einen nennenswerten Anteil.

Damit verschwindet die resultierende, normierte Kraftkomponente der Geometrien relativ zum Widerstands- und Auftriebsbeiwert. Die erste Aussage der Zeitverläufe der Beiwerte ist die starke dynamische Belastung der umströmten Zylindergeometrie. Die Zeitreihen des normierten Zylinderwiderstands und -auftriebs zeigen deutlich die dynamische Belastung des Zylinders durch eine Grundwelle und eine überlagerte Oberwellen. Die Abbildung 4.2 zeigt die Transformation der Kraftsignale des Zylinders in den Frequenzraum. Die Berechnung der Kraftfelder macht das Verhältnis von Druck und Scherung in den Wandkräften deutlich. Die Scherkräfte besitzen im Hinblick auf die druckinduzierte Belastung der Zylindergeometrie keinen nennenswerten Einfluss auf das dynamische Verhalten der resultierenden Wandkraft. Der dynamische Auftrieb mit der Frequenz $0.2 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h$ entspricht der viel referenzierten Strouhalzahl bei $R_e=500$. Dieser Anteil der Wandkraft wird ausgelöst durch die wechselseitig in Spannweitenrichtung aufrollenden Scherschichten. Diese erzeugen nahe der Geometrieoberfläche deutliche Druckminima. Diese Wirbelstrukturen sind in Abbildung 4.6 dargestellt und werden in dem Kontext tiefer gehend erörtert. Da die Wirbelstrukturen wechselseitig ablösen sind sie in der Kraftkomponente in Strömungsrichtung mit $0.4 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h$ der doppelten Frequenz identifiziert. Im Widerstandsbeiwert besitzt der dynamische Anteil mit der Frequenz $0.02 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h$ eine höheren Amplitude als die bekannte Frequenz der Kármánschen Wirbelstraße. Das deutliche Auftreten dieser Dynamik in dieser Kraftkomponente weist auf ein periodisches Verhalten der Strömung in der Raumrichtung x_1 hin. Dieses Phänomen muss sich damit prägnant in der $u_1(x_1, x_2=0, x_3, t)$ - Komponente der Geschwindigkeit in der Symmetrie des Zylindernachlaufs zeigen. Eine Strömungsstruktur ist an dieser Stelle rein aus dem Stand des Wissens nicht identifizierbar. Die Periodizität ist im folgenden Kapitel durch Messungen bestätigt und den entsprechenden Strömungsstrukturen zugewiesen. Die Wandkräfte auf der Vibrissenoberfläche sind im Vergleich zum Zylinder stationär $F_\alpha(x_\alpha, t) \simeq \overline{F_\alpha(x_\alpha)}$. Der Widerstandsbeiwert der Vibrissengeometrie ist konstant über der Zeit. Schwankungen dieser Größe treten stochastisch im Hundertstel auf. Die stochastischen Schwankungen des Auftriebsbeiwertes sind ebenso vernachlässigbar und lassen den Wert annähernd Null werden.

Die Abbildung 4.3 zeigt die Verteilung der Wandkraftvektoren auf die maximale Kraft normiert. Die Abbildung zeigt in der ersten Ansicht die Vibrissengeometrie halb geschnitten in der x_1 - normalen Ebene. In der zweiten Ansicht ist die Vibrisse in der x_2 - normalen Ebene geschnitten. Diese Schnitte ermöglichen die Sicht auf den maßgebenden Anteil der strömungsinduzierten Oberflächenkräfte. Dieser resultiert eindeutig aus dem Staudruck an der Vorderseite der Vibrisse. Diese Abbildung repräsentiert die Belastung der Geometrie durch stationären Wandkräften. Im Nachlauf existiert für die Oberfläche der Vibrisse ein deutlich schwächeres, annähernd stationäres und symmetrisches Druckminimum. Aus den Wandkräften der Vibrissengeometrie lassen sich keine dynamischen Strukturen mit Druckdifferenz in der Nähe der Oberfläche identifizieren.

Im Gegensatz dazu identifiziert die Verteilung der Kraftkomponenten auf der Zylinderoberfläche solche wandnahen und Geometrie abhängigen Strukturen deutlich. Die Abbildung 4.4 zeigt die ebenfalls auf die Maximalkraft normierte Vektorkomponente des Auftriebs und rechts daneben die des Widerstandes in Drauf- und Seitenansichten. Die sechs Abbildungen stellen die Verteilungen an den ausgewählten Minimal- und Maximalstellen t_1 bis t_6 aus Abbildung 4.1 dar. Die Wirbelstrukturen der Strouhalzahl $0.2 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h$ äußern sich als wechselseitiges Maximum der Kraftverteilung. Dieses Maximum wechselt die Angriffsseite des Zylinders mit dem Wechsel von lokalem

Minimum zu Maximum des Auftreibbeiwertes. Das dynamische Verhalten der Kraftbeiwerte durch die Grundwelle ($0.02 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h$) zeigt sich über die Zeitpunkte als globales Ab- und Anschwellen der Kraftvektoren. Die Verteilung der Kräfte ist konstant über die Spannweite des Zylinders.

Die Vibrissengeometrie weist dagegen periodische Verteilung im Abstand einer Modulationsperiode $P = 2 \cdot M$ über die Spannweite auf. Diese Verteilungen resultieren aus denen im folgenden Kapitel beschriebenen Nachlaufstrukturen.

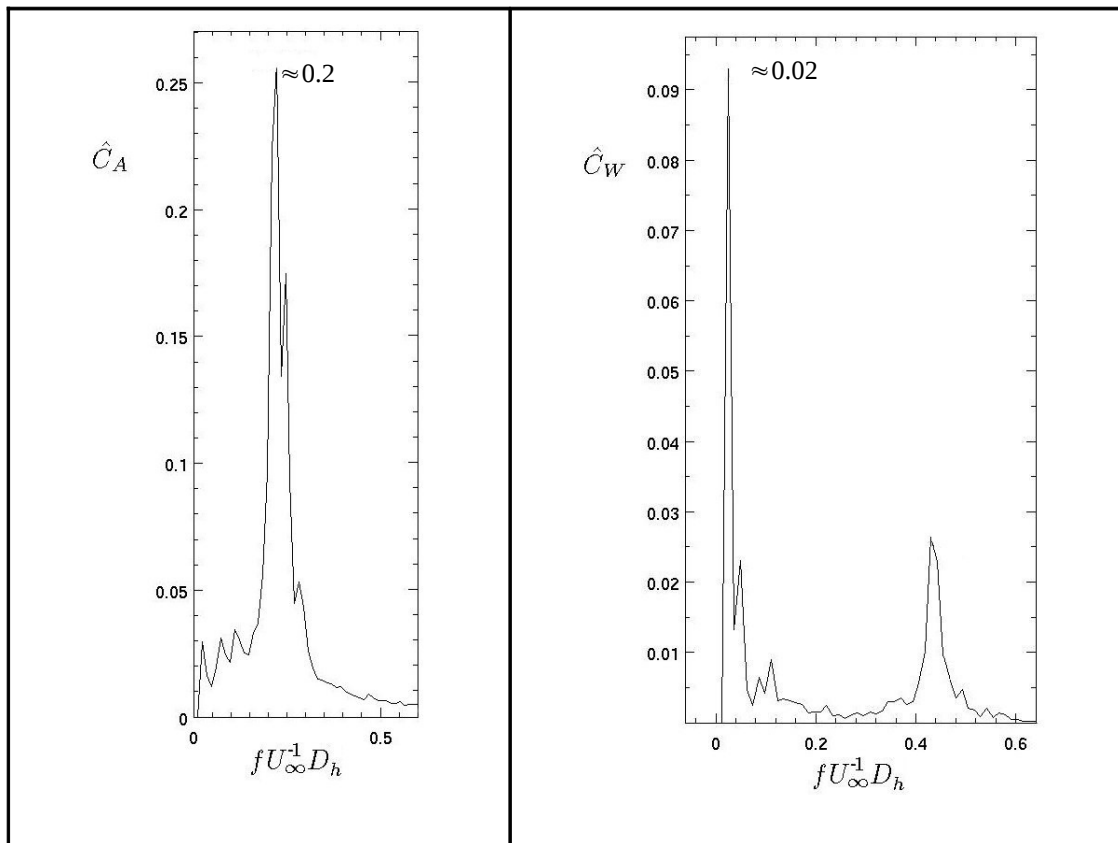


Abb. 4.2 Amplitudendichtespektrum der Kraftbeiwerte für den Zylinder

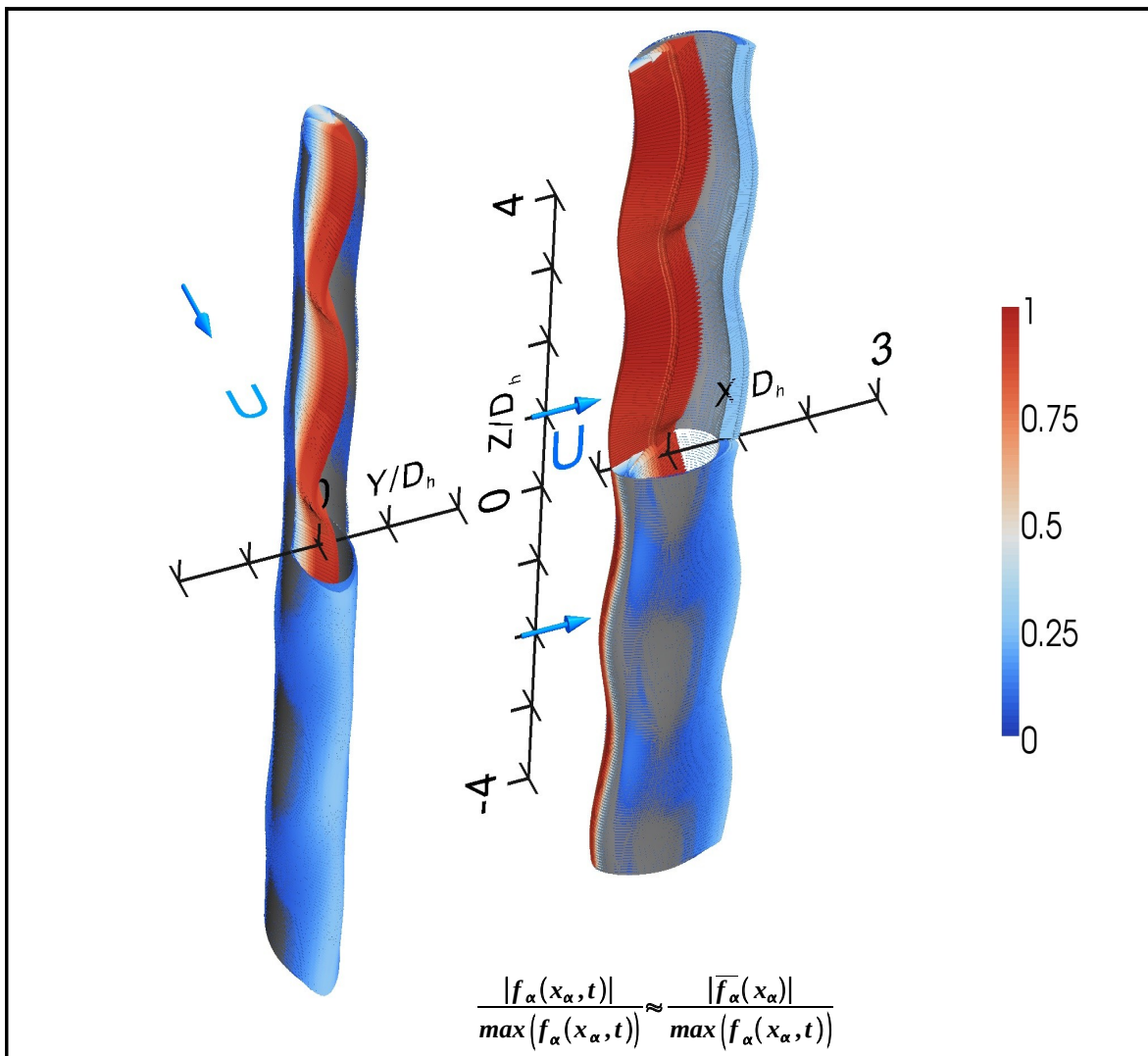


Abb. 4.3 Wandkraftvektor normiert mit der maximalen Wandkraft der Vibrisse (halb eben geschnittene Geometrie)

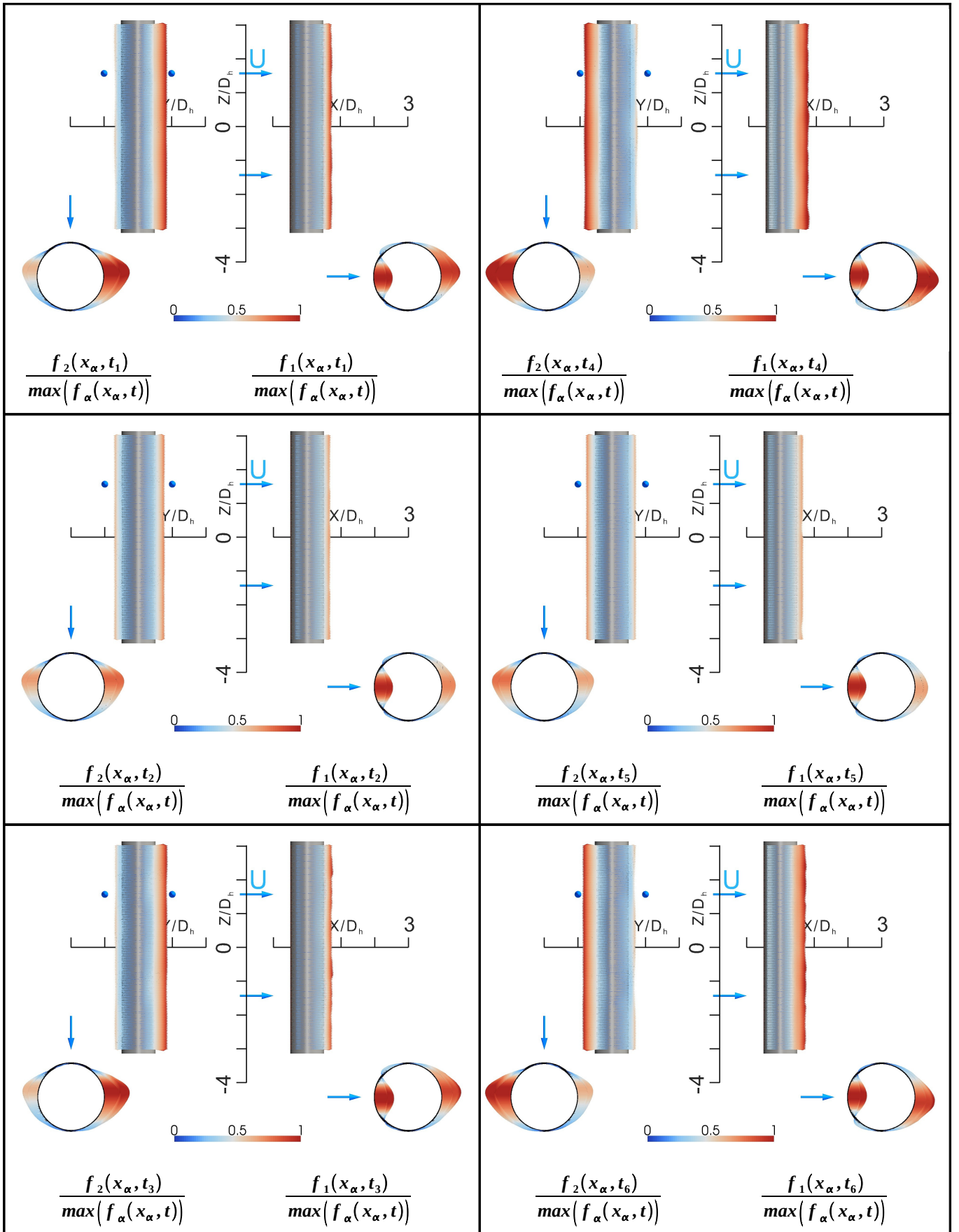


Abb. 4.4 Vektorkomponenten der Wandkraft des Zylinders normierte mit der maximalen Wandkraft an den ausgewählten Maxima und Minima t_1 bis t_6 der Beiwerte (dementsprechende Drauf-, Front- und Seitenansichten mit Anströmpeil)

4.2 Strömungsstrukturen der Nachlaufgebiete

4.2.1 Zylinder Z

Im Nachlauf eines quer angeströmten Zylinder bei $R_e = 500$ entstehen Wirbelstrukturen die in der Literatur als B-Mode bekannt sind [1]. Dieses Wirbelmodell unterteilt sich in Primär- und Sekundärwirbel. Die Abbildung 4.5 schematisiert dieses Modell.

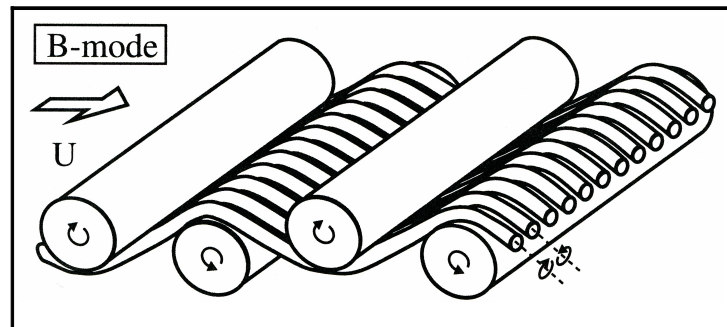


Abb. 4.5 Wirbelmodell B – Mode Brede [1]

Primär rollen sich wechselseitig am Zylinder über die Spannweite abgelöste Scherschichten zu Stabwirbeln auf. Abbildung 4.6 stellt diese aufrollenden Scherschichten in der Wirbelstärkekomponente ω_3 an den ausgewählten Zeitpunkten t_1 bis t_6 der Abbildung 4.1 dar. Die wechselseitige Wirbelstruktur bildet sich konstant über die Spannweite des Zylinders aus. Dies ermöglicht eine ebene Beurteilung der Primärwirbel in den Abbildungen 4.8, 4.9, 4.12 und 4.13. Diese Abbildungen stellen die Komponente ω_3 der Wirbelstärke und den Druckbeiwert in der Ebene dar. Die Abbildungen zeigen immer den selben Phasenwinkel auf einander folgender Ablöseperioden $T = f_{st}^{-1}$. Diese Zeitpunkte der Perioden fallen mit den Maxima bzw. Minima der Kraftbeiwerte in Abbildung 4.1 zusammen. Der Druckbeiwert definiert deutlich den Ort der Wirbelkerne dieses Zeitpunktes in den Perioden. In der Wirbelstärke der Ebene ist die Ausprägung der Ablöseblase klar sichtbar. Das wechselseitige Scherschichtenaufrollen besitzt die bekannte Strouhalfrequenz f_{st} . Die Schwankungsgröße $\overline{u_2' \cdot u_2'} \cdot U_\infty^{-2}$ zeigt bei $x_\alpha = (1.9, 0, 0)$ in Abbildung 4.16 ihr Maximum. Die Schwankung u_2' ist dort hauptsächlich von den Primärwirbeln geprägt. Dies liefert in den ermittelten Spektren am Ort $x_1 = 1.5$, in den Abbildungen 4.10, 4.11 und A.9, die maximale Amplitude bei der Strouhalfrequenz f_{st} . Die unterste Spalte der Abbildung 4.10 und die Abbildung A.9 bestätigen die Frequenz f_{st} mit $0.201 \cdot U_\infty \cdot D_h$. Die Geschwindigkeitsschwankung u_2' stammt in den Abbildungen aus den PIV – Messung im Anhang A. Die selbe Schwankungsgröße erzeugt in der präsentierten numerischen Zylinderumströmung den Wert $f_{st} = 0.218 \cdot U_\infty \cdot D_h$ (Abbildung 4.11). Beide Frequenzen aus den experimentellen und numerischen Feldgrößen des Zylindernachlaufs korrelieren mit der Frequenz des Auftriebsbeiwertes in Abbildung 4.2. Damit ist die Oberwelle in der Kraftkomponente des Auftriebs (Abbildung 4.1) auf die wechselseitig ablösenden Stabwirbel über die Spannweite des Zylinders zurück zuführen. Die wechselseitig ab schwimmenden Druckminima in den Abbildungen 4.9 und 4.12 induzieren die in Abbildung 4.4 beschriebenen Maxima und Minima der Kraftbeiwerte.

Die im B - Mode in Strömungsrichtung bezeichneten Sekundärwirbel sind in Abbildung 4.7 durch die Wirbelstärkekomponente ω_1 verdeutlicht. Mit dem Aufrollen der primären Scherschichten entstehen gleichzeitig die sekundären Wirbel mit einer Orientierung in Strömungsrichtung. In einem Abstand von $\lambda_z/2 = 0.5 \cdot D_h$ über die Zylinderspannweite entstehen Sekundärwirbel mit gegenläufigen Drehsinns. Somit zeigt der Beginn der Sekundärwirbel ebenfalls den Produktionsort der Primärwirbel in Abbildung 4.7 an. Dies ist in der Abbildung durch die zusätzliche Darstellung der ω_3 - Komponente in der Bodenebene direkt sichtbar.

In den Spektren der Geschwindigkeitsschwankung u_1' ist die Strouhalfrequenz an Punkten tangential vom Zylinder stromab ebenfalls auffindbar. Die Spektren dieser Schwankungskomponente aus Numerik (Abb. 4.11) und PIV – Messung (4.10 & A.8) bestätigen klar die Frequenzen des Widerstandsbeiwertes. Eindeutige Amplituden der Frequenzen $f_A = 0.023 \cdot U_\infty \cdot D_h$ und $2 \cdot f_{st} = 0.433 \cdot U_\infty \cdot D_h$ sind in den Spektren der Komponente \hat{u}_1' in der $x_2 = 0$ Normalenebene des numerischen Zylindernachlaufs (Abbildung 4.11) zu sehen. Die Strömungsmessung im Anhang A validiert diese Frequenzen am gleichen Ort und in der selben Strömungskomponente mit $f_A = 0.022 \cdot U_\infty \cdot D_h$ und $2 \cdot f_{st} = 0.404 \cdot U_\infty \cdot D_h$. Diese Phänomene stimmen mit Grundwelle $f_A = 0.02 \cdot U_\infty \cdot D_h$ und der Oberwelle $2 \cdot f_{st} = 0.4 \cdot U_\infty \cdot D_h$ der Widerstandskraft in Abbildung 4.1 und 4.2 auf der Oberfläche des Zylinders über ein. In Messungen bestätigen sich diese Frequenzen uneingeschränkt im gesamten Zylindernachlauf. Die Spektren der PIV – Messung sind dazu in Abbildung A.8 und A.9 angefügt. Das Strömungsgebiet ist relativ zur Numerik in den Messungen unbegrenzt. Die Energie tragenden Strukturen sind in jedem Spektrum bis weit in den Nachlauf detektierbar. Die Grundwelle mit der Frequenz f_A besitzt die größte Amplitude in der Geschwindigkeitsschwankung u_1' in Strömungsrichtung in der $x_2 = 0$ Normalenebene. Dadurch erklärt sich der Hauptanteil der Frequenz f_A in der Kraftkomponente in Strömungsrichtung. Die Kraftkomponenten resultieren auf der Zylinderoberfläche nennenswert aus den Druckminima im Zylindernachlauf (Abbildung 4.9 und 4.12). In diesen Abbildungen beschreibt die Folge der Druckfelder den genauen Zeitverlauf einer Periode f_A^{-1} mit dem wiederholten Darstellen der selben Phasen in einer Folge von Strouhalperioden $T = f_{st}^{-1}$. Die in den Abbildung damit sichtbare Bewegung ist ein Schwanken des Ortes der Druckminima in Strömungsrichtung. Dort wo die Periode f_A^{-1} im Widerstandsbeiwert (Abb. 4.1) ihr Minimum $t_2 \wedge t_5$ erreicht besitzt das Druckminima in Abbildung 4.9 und 4.12 den weitesten Abstand in Richtung x_1 von der Zylinderoberfläche. Ebenfalls besitzen die Isolinien die kleinste eingeschlossene Fläche zu diesem Zeitpunkt. In den Abbildungen 4.8 und 4.13 äußert sich diese Periodizität durch eine Bewegung des Ortes der primären Wirbelproduktion. Das Aufrollen der primären Scherschichten verlagert sich von $x_1 = 1 \cdot D_h$ nach $x_1 = 1.5 \cdot D_h$ zwischen den Zeitpunkten t_1 und t_2 in Strömungsrichtung. Der selben Weg existiert zwischen Zeitpunkt t_2 und t_3 gegen die Strömungsrichtung. Die Verlagerung des Entstehungsortes der Sekundärwirbel in Abbildung 4.7 (1. Spalte) machen die Struktur der Periodizität f_A^{-1} ebenso deutlich. Die Abbildung zeigt einen deutlichen Abstand der sekundären Wirbelentstehung von der Zylinderoberfläche zum Zeitpunkt t_5 . Ein von der Geometrieoberfläche entfernteres Druckgebiet besitzt weniger Kraftwirkung auf die Selbe. Somit beschreibt die Grundwelle im Zeitverlauf der Kraftbeiwerte die periodische Verlagerung des Ortes des Aufrollens der Primärwirbel. Die Oberwelle der Kraftbeiwerte in Abbildung 4.1 beschreibt das eigentliche wechselseitige Ablösen der Primärwirbel. Das Phänomen der Grundwelle ist als Transitionserscheinung bei dieser Reynoldszahl

$R_e = 500$ interpretierbar. Die Frequenz f_A ist ebenfalls mit geringer Amplitude im Spektrum der \hat{u}_2' -Komponente tangential zum Zylinder in Abbildung 4.11 (3.Zeile) zu sehen. Dies deutet die mit der longitudinalen Ausdehnung verbundene geringere Verbreiterung des Nachlaufgebiets an. Zusehen ist diese Ausdehnung auch in den ebenen Abbildungen 4.8 und 4.13 der aufrollenden Scherschichten.

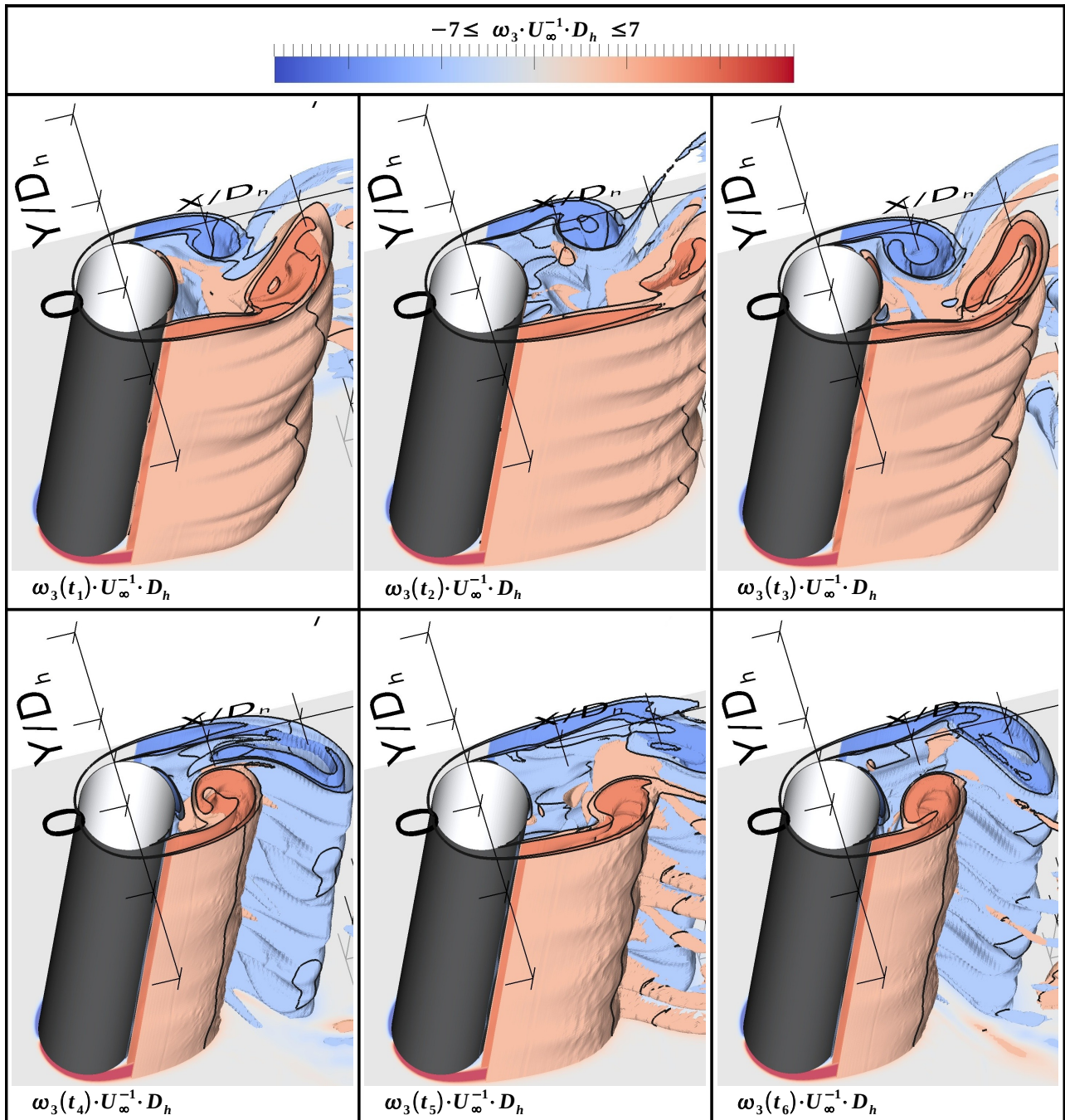


Abb. 4.6 Spanweitenkomponente der Wirbelstärke an den ausgewählten Maxima und Minima t_1 bis t_6 aus dem Zeitverlauf der Kraftbeiwerte
 Isoflächen $\omega_3 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h = \pm 2$ und $\omega_3 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h = \pm 4$
 (Reihenfolge von links nach rechts und von oben nach unten)

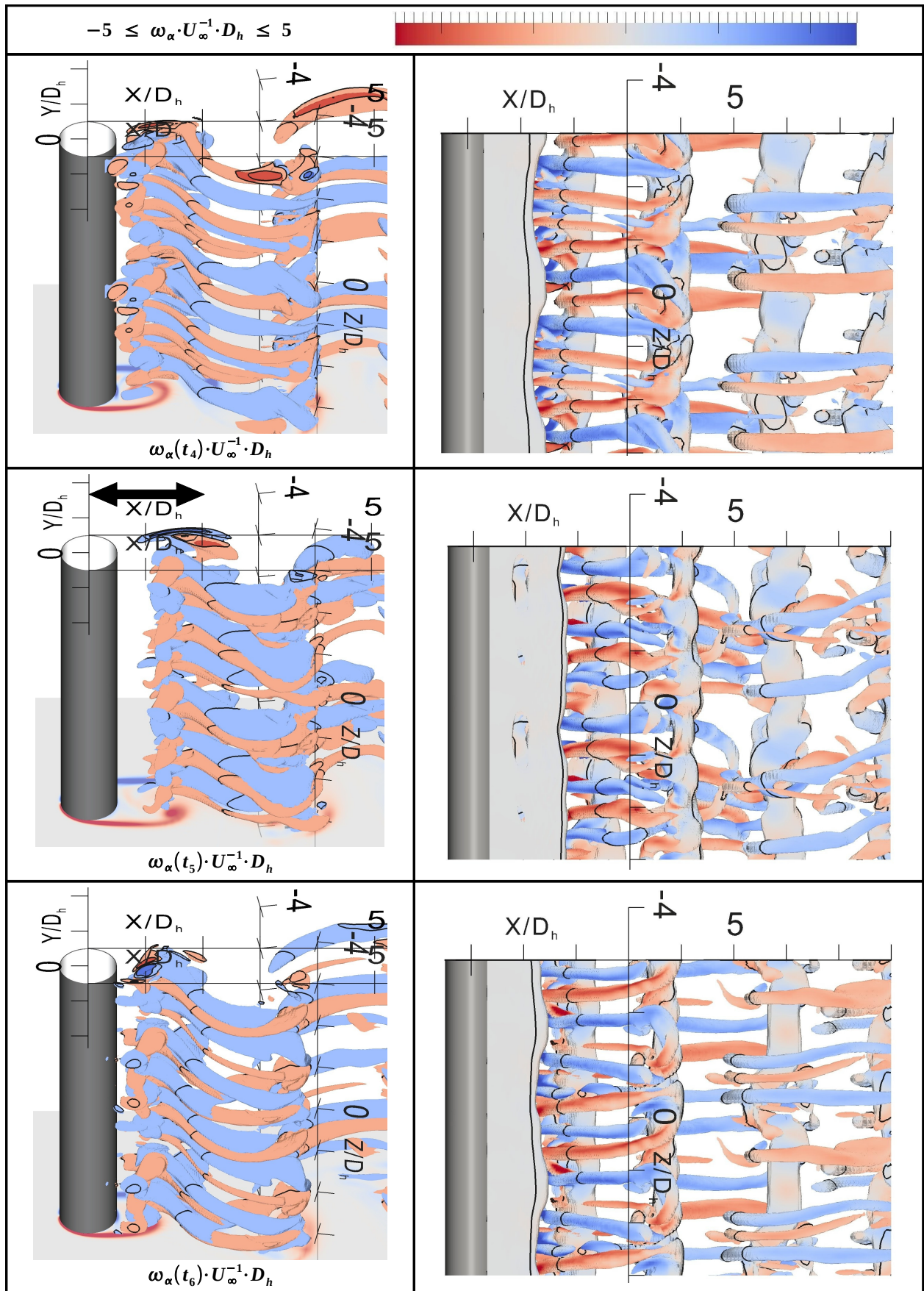


Abb. 4.7 An den Minima t_4 , t_5 , t_6 des Verlaufes der Kraftbeiwerte sind dargestellt:
 1. Spalte: Isoflächen: $\omega_1 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h = (\pm 2, \pm 4)$, Bodenebene: $\omega_3 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h$
 2. Spalte: Isofläche: $Q(t) \cdot U_\infty^{-2} \cdot D_h^2 = 0.6$ eingefärbt mit $\omega_1 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h$

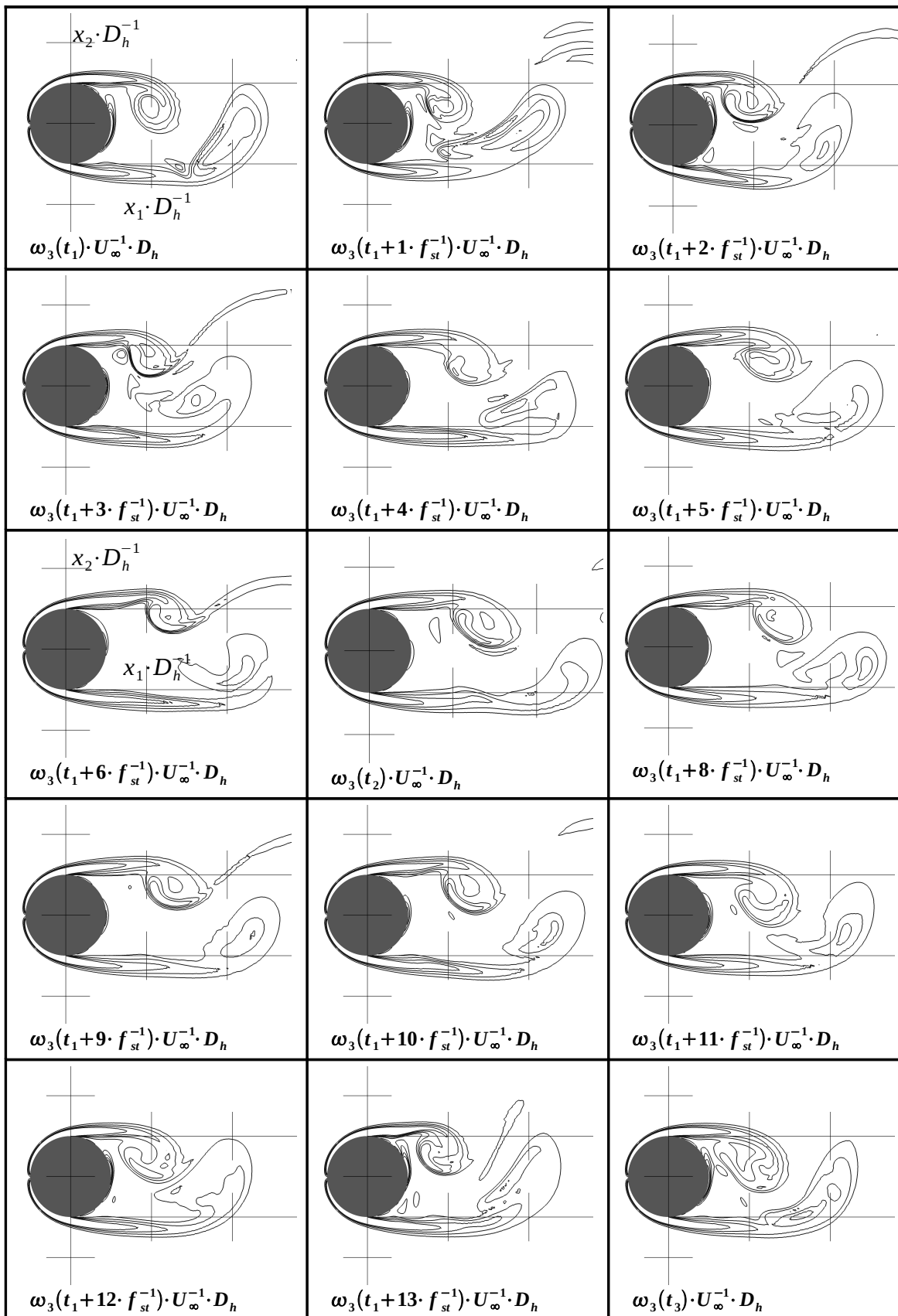


Abb. 4.8 Komponente der Wirbelstärke in Richtung der Spannweite des Zylinders in der Ebene $x_3 = 0$, dargestellt an den Maximalstellen der Kraftbeiwerte $t = t_1 + n \cdot f_{st}^{-1}$ $n=(0,1,\dots,14)$ (Isolinien: $\omega_3 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h \in (\pm 2, \pm 4, \pm 6, \pm 8)$) (Reihenfolge von links nach rechts und von oben nach unten)

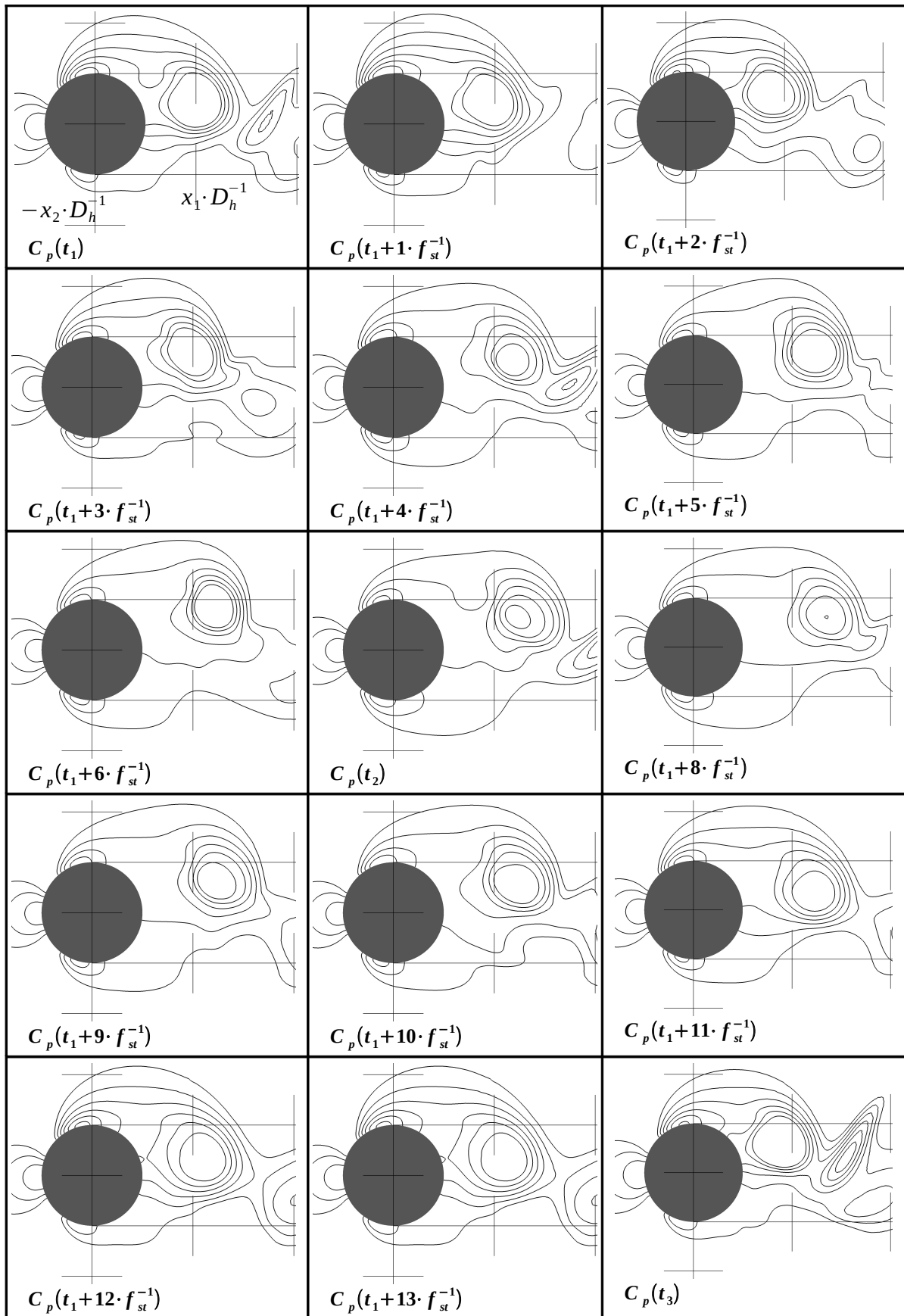


Abb. 4.9 Druckbeiwert C_p im Nachlauf des Zylinders in der Ebene $x_3 = 0$, dargestellt an den Maximalstellen der Kraftbeiwerte $t = t_1 + n \cdot f_{st}^{-1}$ $n=(0,1,\dots,14)$
 (Isolinien: $C_p \in (\pm 0.6, \pm 0.8, \pm 1.0, -1.2, -1.4, -1.6)$)
 (Reihenfolge von links nach rechts und von oben nach unten)

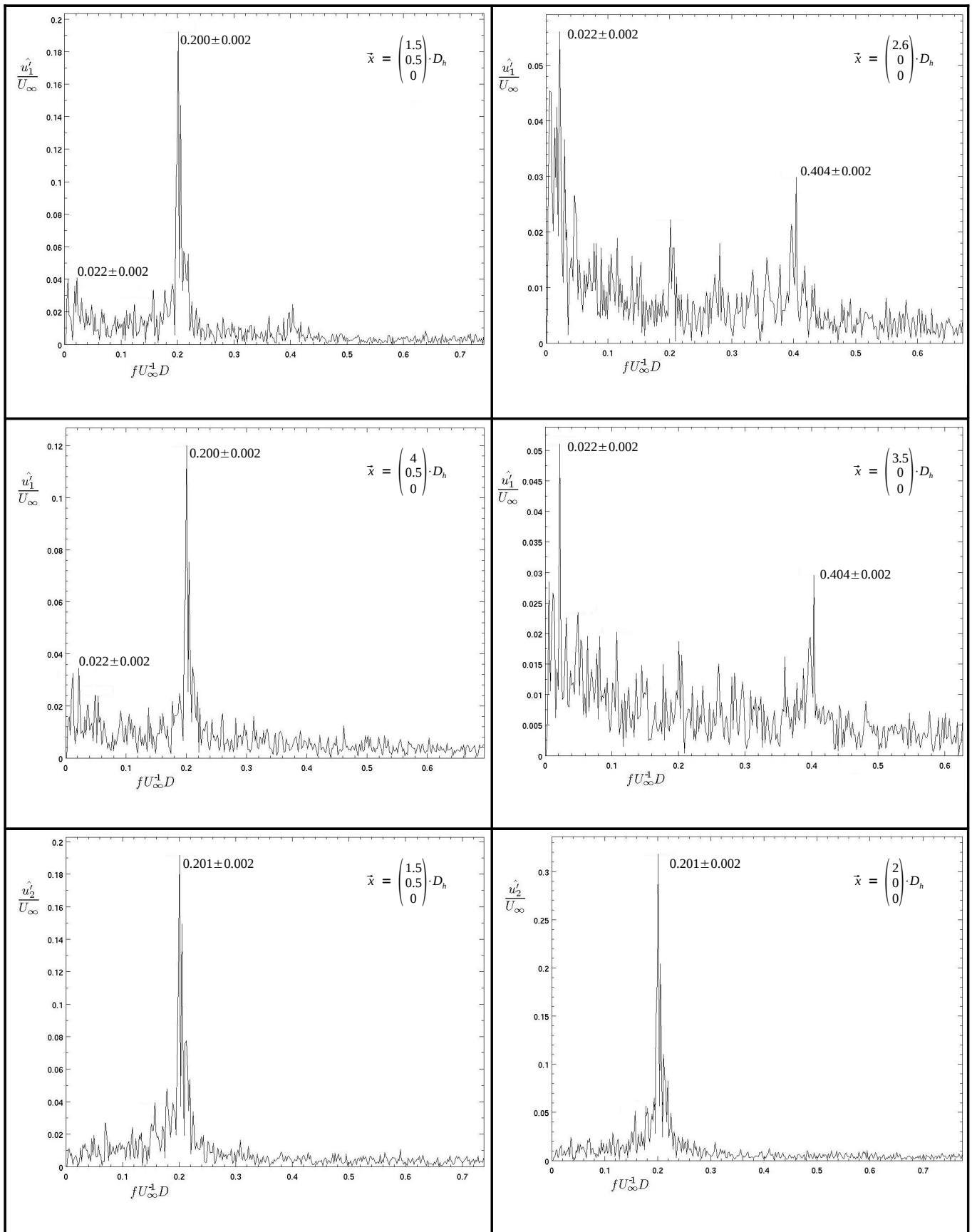


Abb. 4.10 Amplitudenspektrum der Geschwindigkeitsschwankungen $\hat{u}'_\alpha(x_\alpha, f) \cdot U_\infty^{-1}$ aus der ebenen PIV – Messung (Anhang A.) an ausgewählten Punkten x_α entlang der Achse x_1 und parallel dazu bei $x_2 = 0.5 \cdot D_h$ tangential am Zylinder

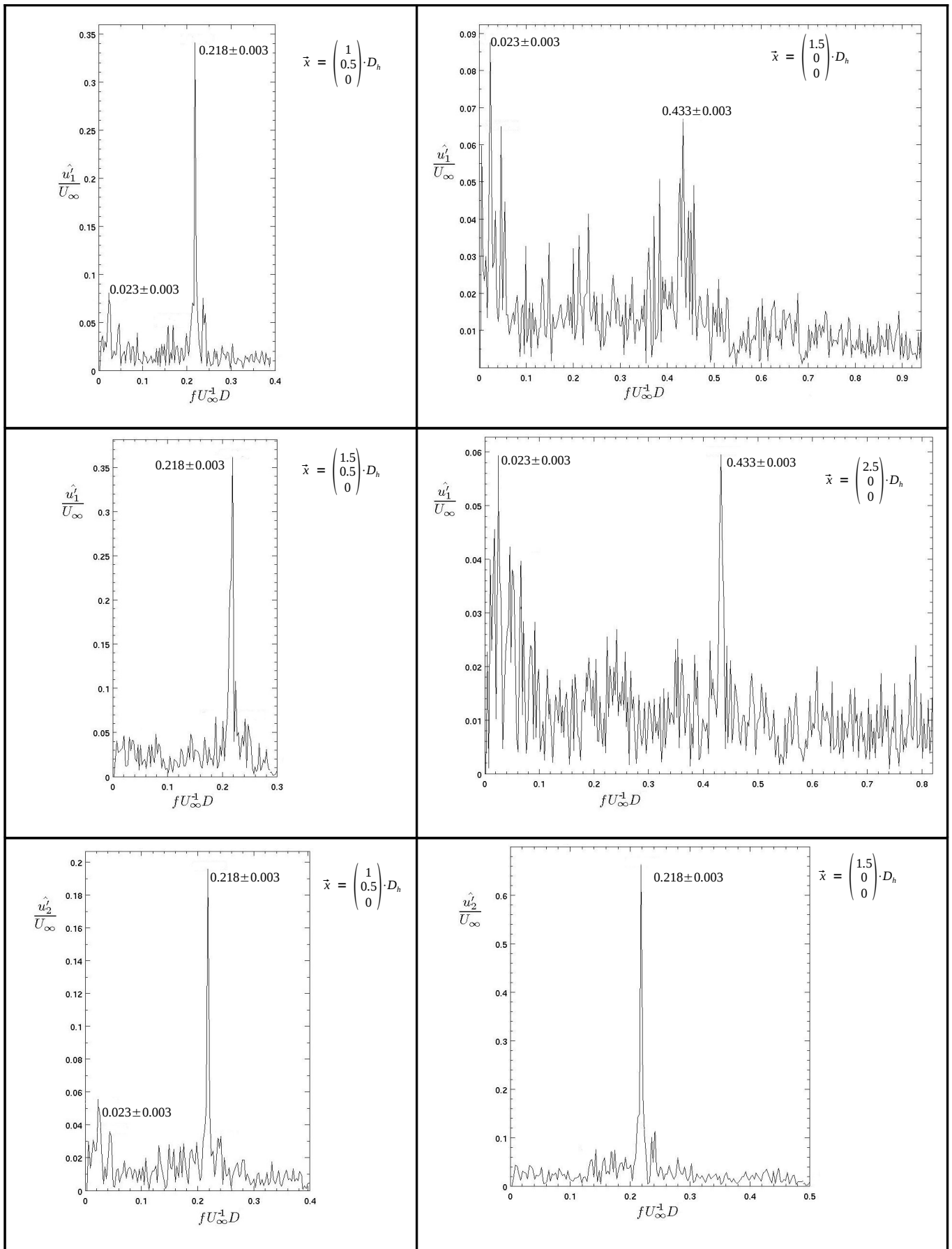


Abb. 4.11 Amplitudenspektrum der Geschwindigkeitsschwankungen $\hat{u}'_\alpha(x_\alpha, f) \cdot U_\infty^{-1}$ der Zylindergeometrie Z an ausgewählten Punkten x_α entlang der Achse x_1 und parallel dazu bei $x_2 = 0.5 \cdot D_h$ tangential am Zylinder

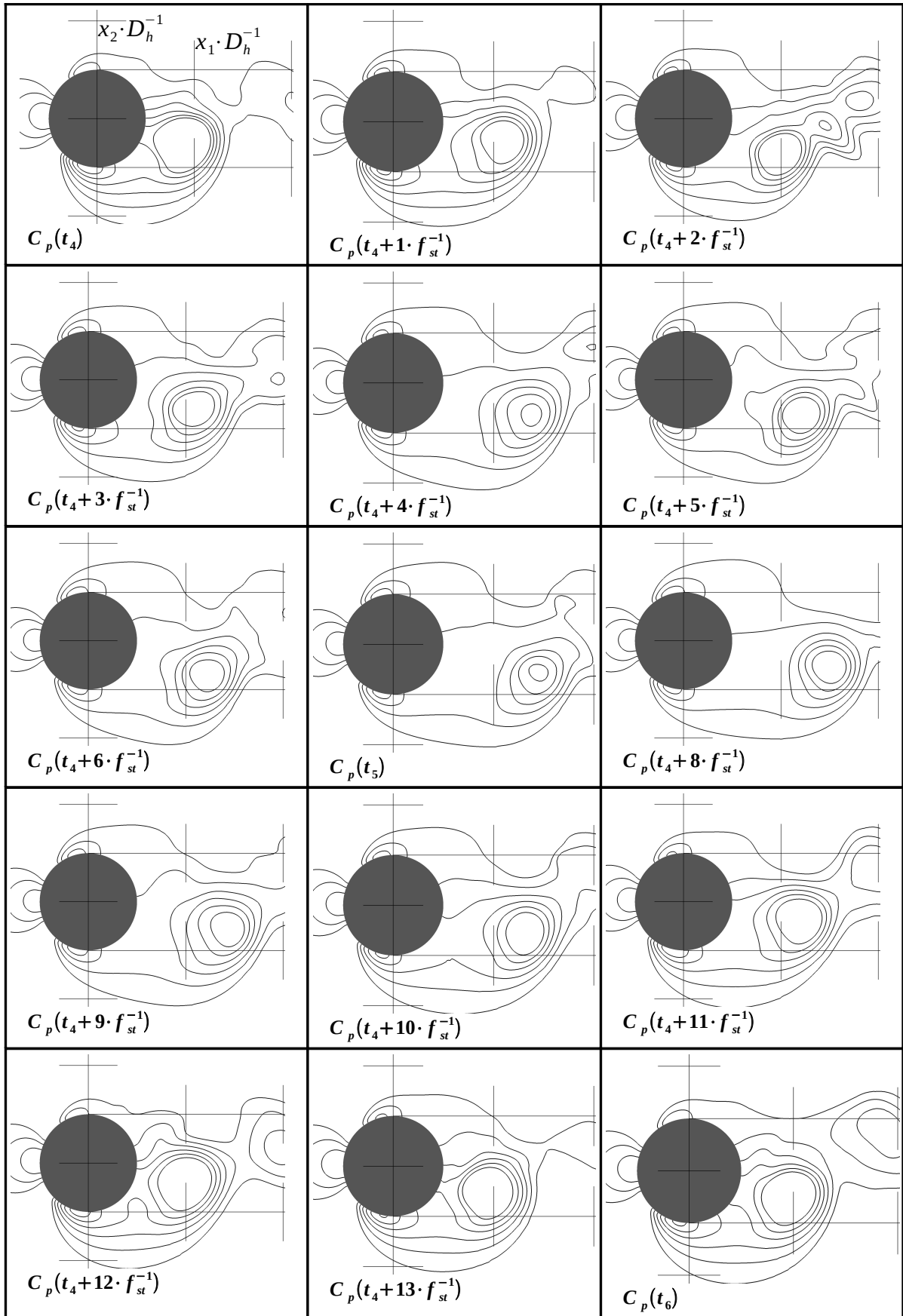


Abb. 4.12 Druckbeiwert C_p im Nachlauf des Zylinders in der Ebene $x_3 = 0$, dargestellt an den Minimalstellen der Kraftbeiwerte $t = t_4 + n \cdot f_{st}^{-1}$ $n=(0,1,\dots,14)$ (Isolinien: $C_p \in (\pm 0.6, \pm 0.8, \pm 1.0, -1.2, -1.4, -1.6)$) (Reihenfolge von links nach rechts und von oben nach unten)

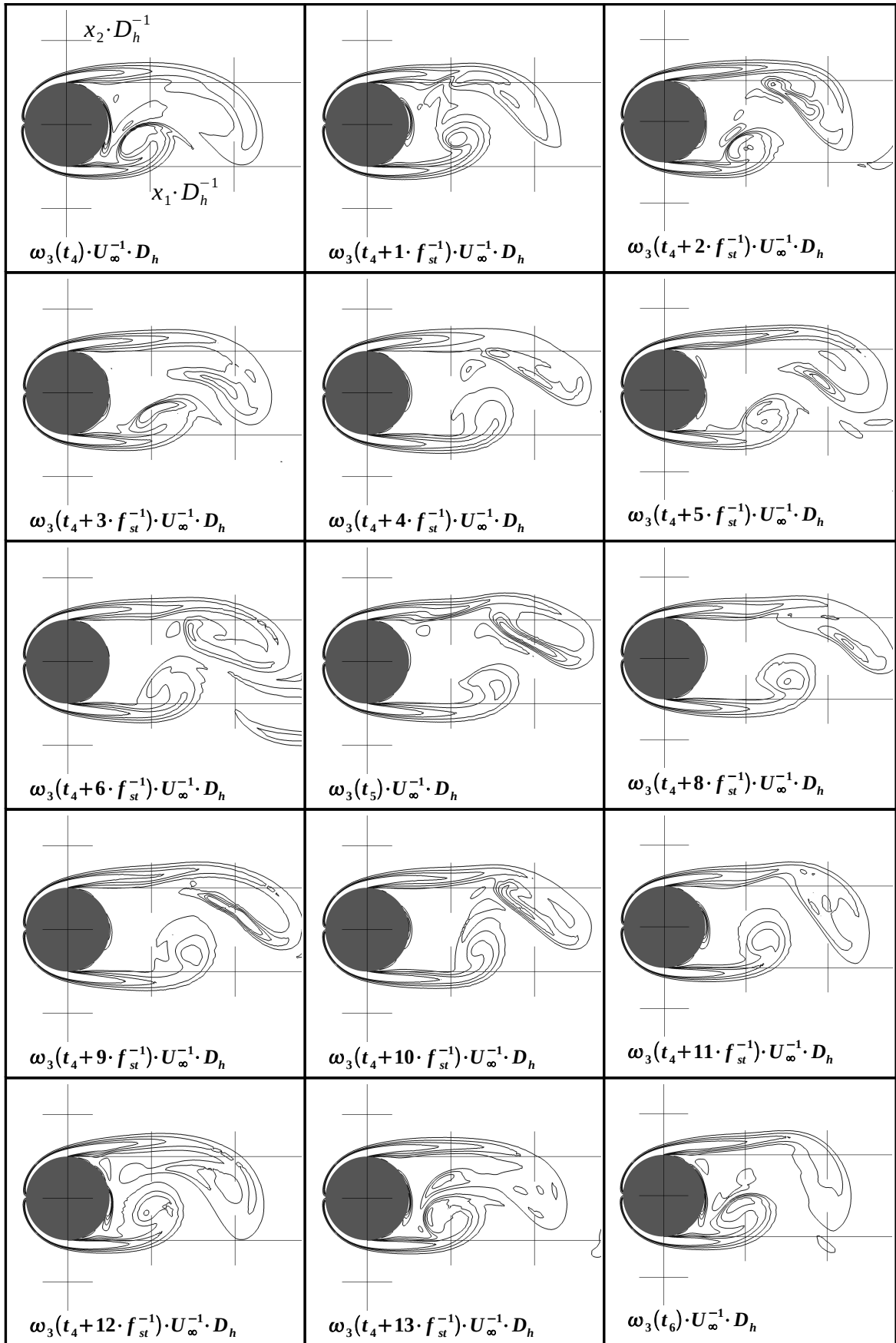


Abb. 4.13 Komponente der Wirbelstärke in Richtung der Spannweite des Zylinders in der Ebene $x_3 = 0$, dargestellt an den Minimalstellen der Kraftbeiwerte $t = t_4 + n \cdot f_{st}^{-1}$ $n=(0,1,\dots,14)$ (Isolinien: $\omega_3 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h \in (\pm 2, \pm 4, \pm 6, \pm 8)$) (Reihenfolge von links nach rechts und von oben nach unten)

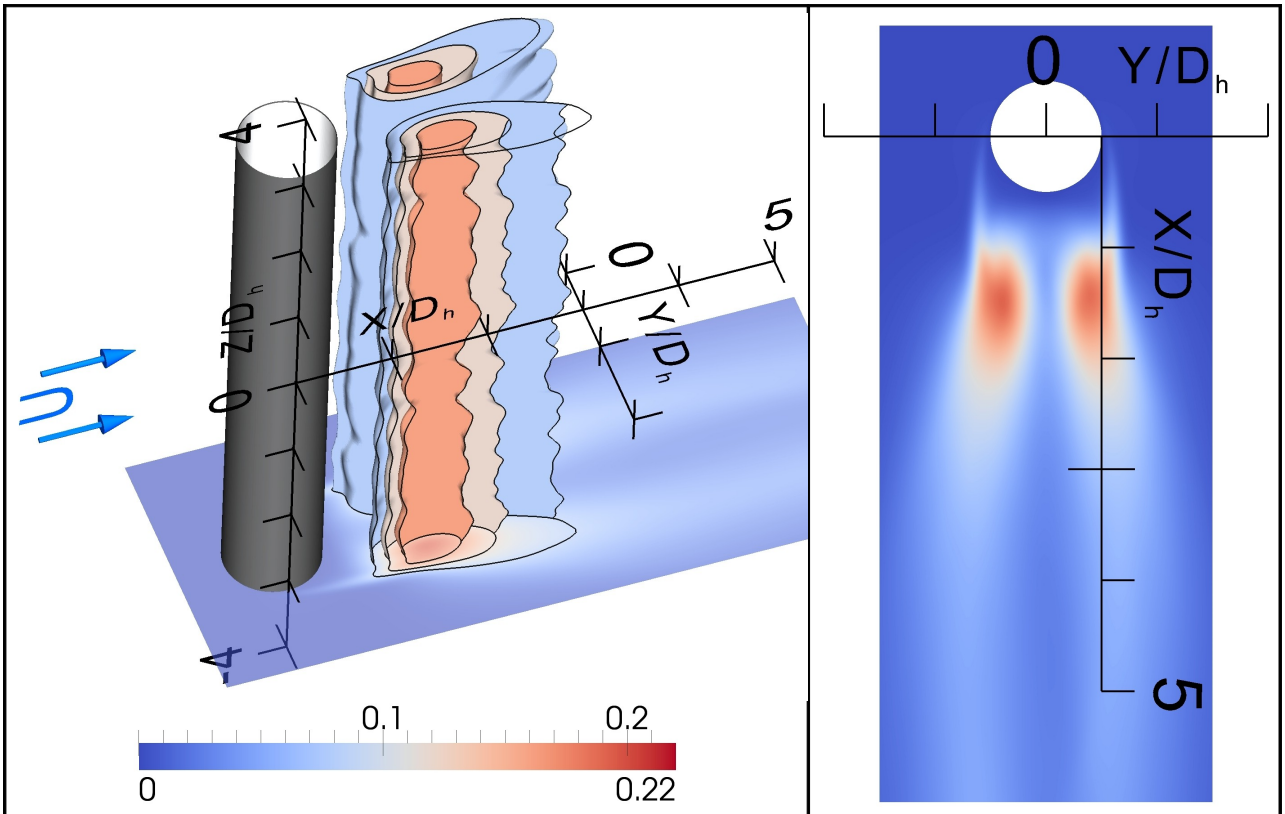


Abb. 4.14 Komponente $\overline{(u'_1 \cdot u'_1)} \cdot U_\infty^{-2}$ des Tensors der Reynoldsspannungen im Nachlauf des Zylinders (Isflächen: $\overline{(u'_1 \cdot u'_1)} \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.08, +0.12, +0.16)$)

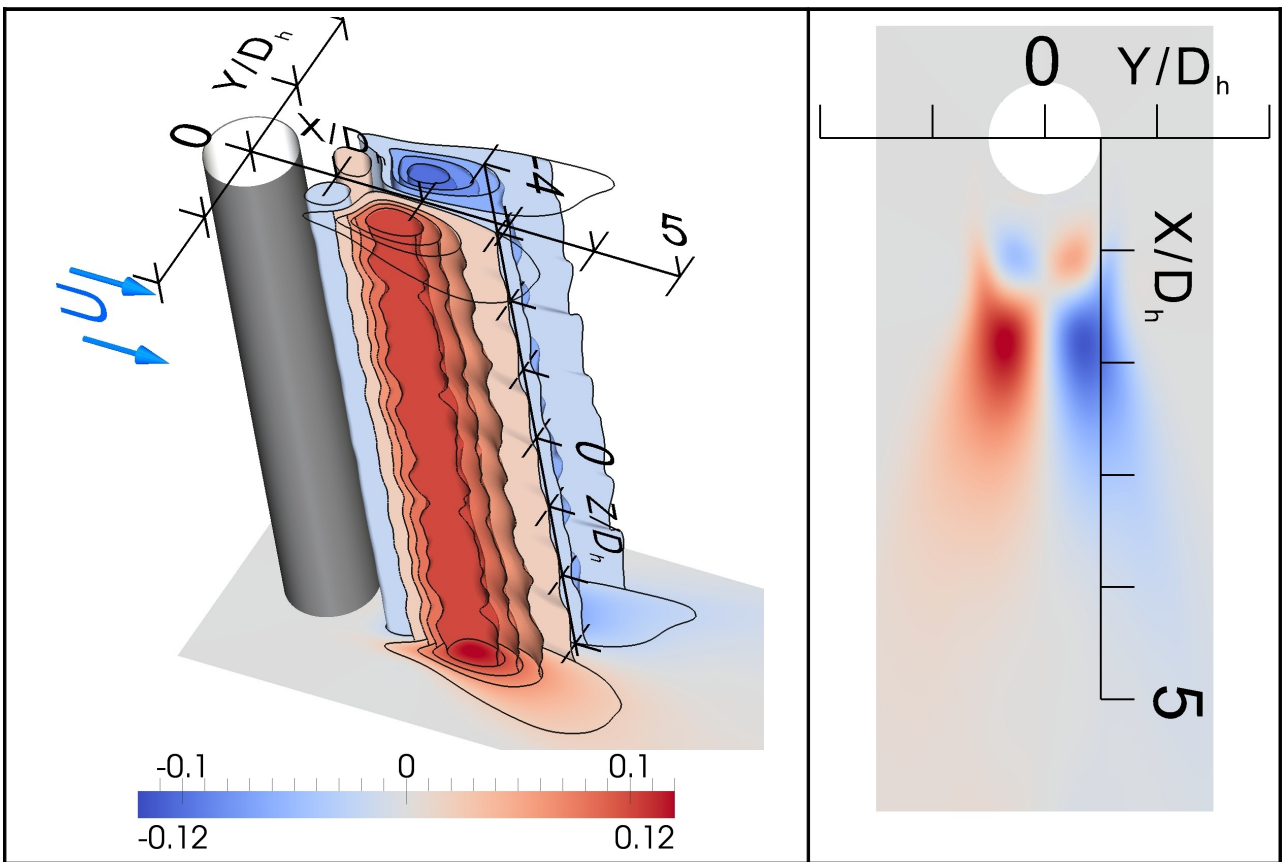


Abb. 4.15 Komponente $\overline{(u'_1 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2}$ des Tensors der Reynoldsspannungen im Nachlauf des Zylinders (Isflächen: $\overline{(u'_1 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.02, \pm 0.06, \pm 0.08, \pm 0.1)$)

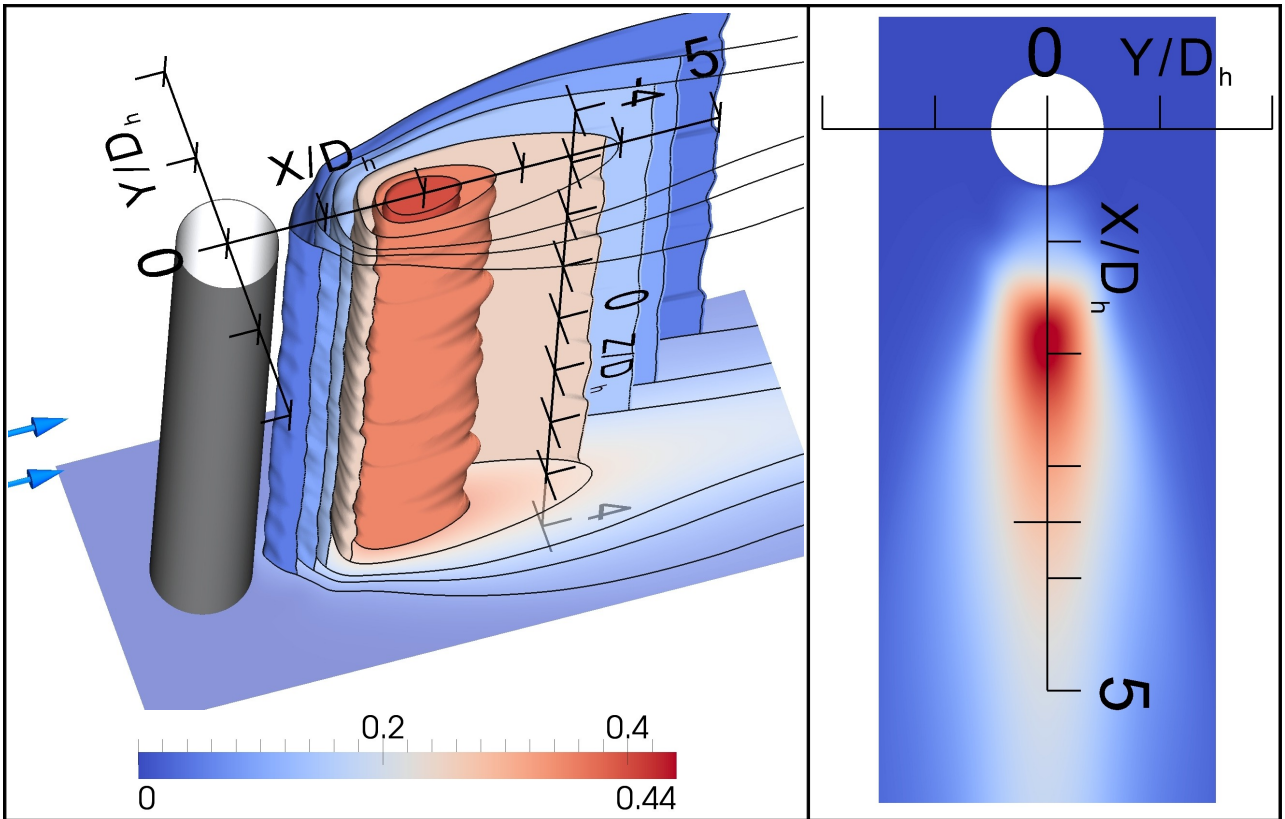


Abb. 4.16 Komponente $\overline{(u'_2 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2}$ des Tensors der Reynoldsspannungen im Nachlauf des Zylinders (Isopflchen: $\overline{(u'_2 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.05, +0.1, +0.15, +0.25, +0.35, +0.4)$)

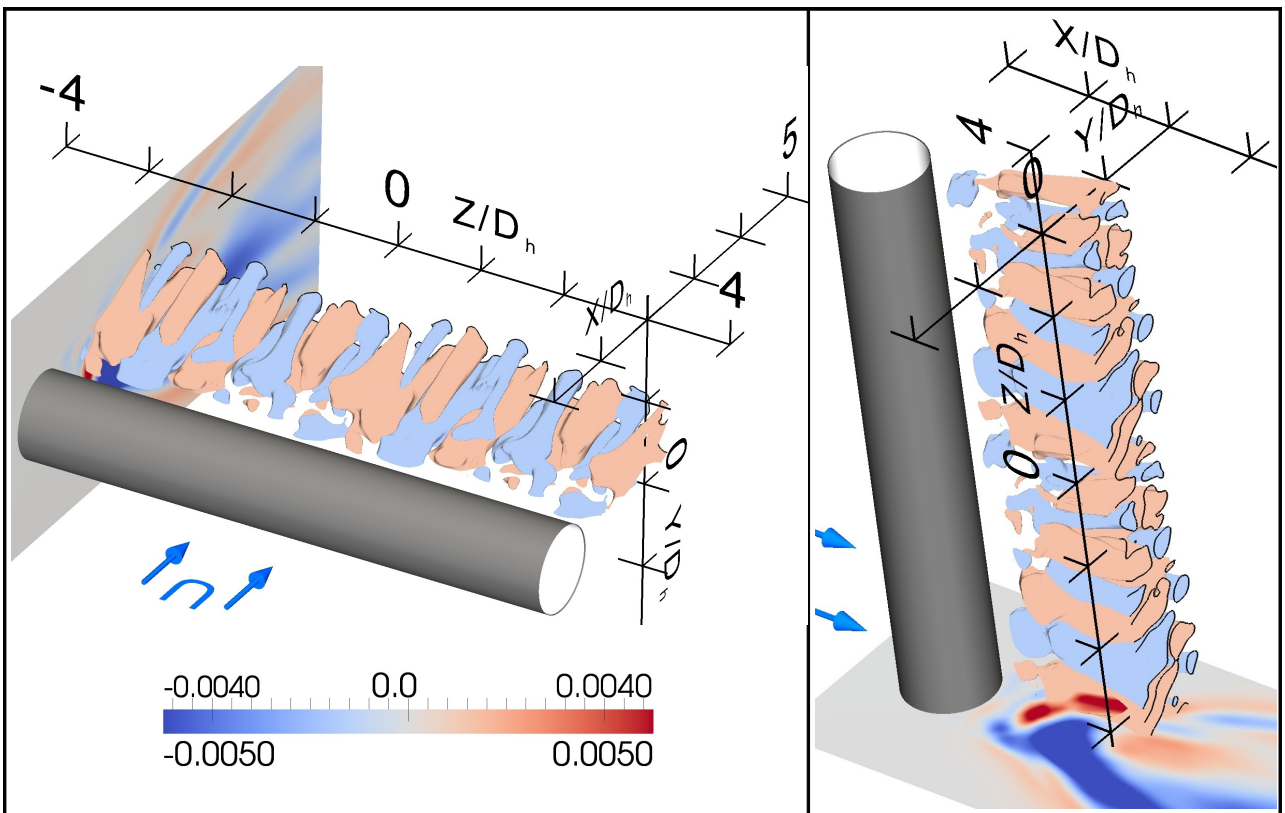


Abb. 4.17 Komponente $\overline{(u'_2 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2}$ des Tensors der Reynoldsspannungen im Nachlauf des Zylinders (Isopflchen: $\overline{(u'_2 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2} = \pm 0.0014$)

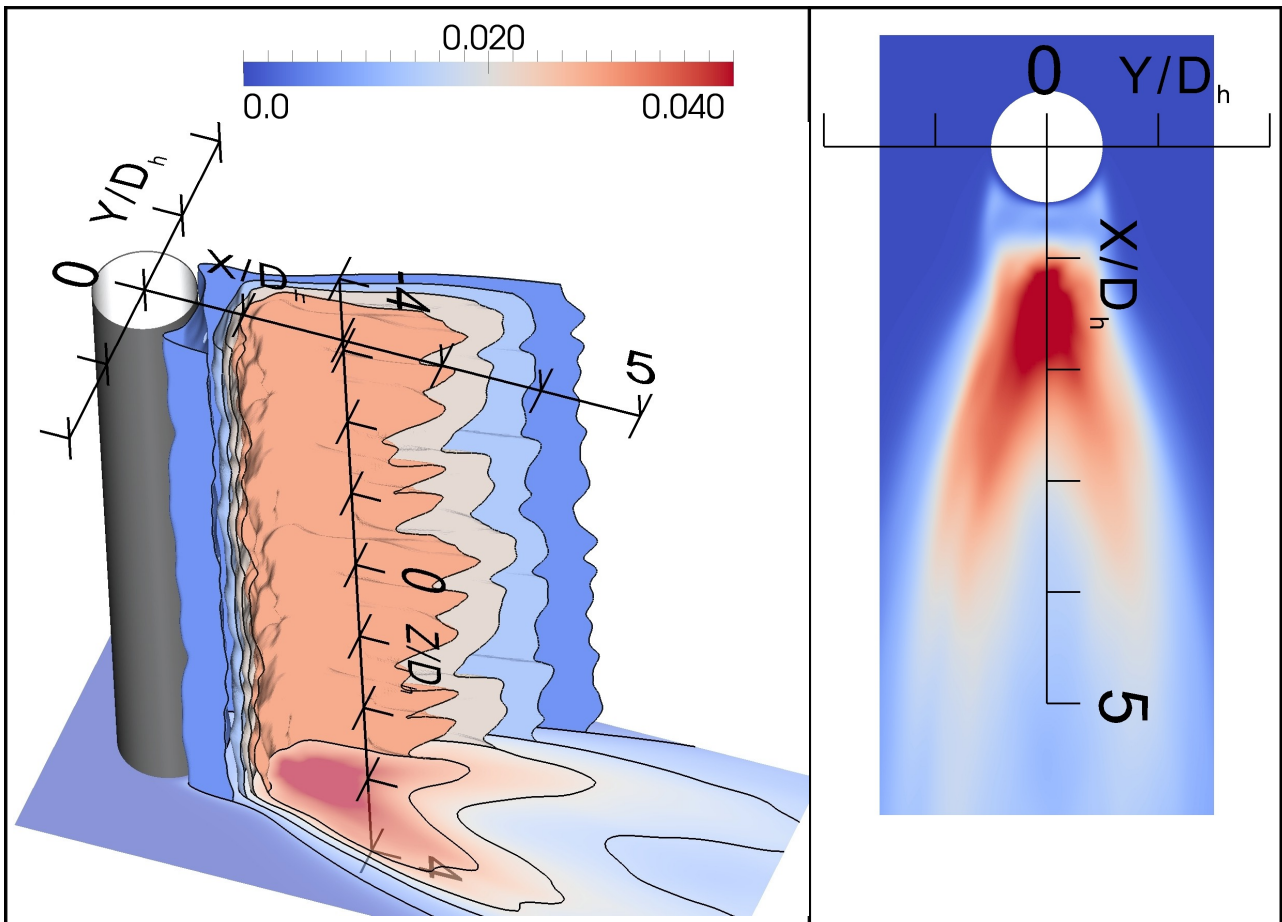


Abb. 4.18 Komponente $\overline{(u'_3 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2}$ des Tensors der Reynoldsspannungen im Nachlauf des Zylinders (Isoflächen: $\overline{(u'_3 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.007, +0.014, +0.028)$)

Die Wirbelmechanismen im Nachlauf sind das Ergebnis mehrerer sich überlagernder Instabilitäten. Die Wechselwirkungsmechanismen der Primär- und Sekundärinstabilitäten im Nachlauf des Zylinders erzeugen charakteristische Strukturen in den Reynoldsspannungen. Diese zeitlich gemittelten Auto- und Kreuzkorrelationen der Geschwindigkeitsschwankungen geben Informationen über die Wirbelstrukturen und ihre Entstehungen. Die ersten LDA - Messungen und theoretischen Interpretationen dieser Totwasserstrukturen wurden 1983 von A. Leder in der Arbeit [3] veröffentlicht. In der Abbildung 4.14 zeigt die $\overline{(u'_1 u'_1)}$ - Komponente der Reynoldsspannungen. In dieser Komponente zeigen sich zwei Maxima bei $x_1 = 1.5 \cdot D_h$ im Nachlauf tangential zu den Seiten des Zylinders. Diese sind konstant verteilt über die gesamte Spannweite. Diese Struktur der Fluktuationen definiert mit ihren Maxima den zeitlich gemittelten Ort der Wirbelzentren der Primärwirbel. Durch den Zerfall der Primärwirbel in feinere Strukturen nimmt die Schwankungsgröße im weiteren Nachlauf ab. Der Übergang zu Feinstrukturen beginnt mit der Entstehung der Sekundärwirbel. Die Komponente $\overline{(u'_1 u'_2)}$ (Abb. 4.15) zeigt Extrema im Bereich der stärksten Richtungsänderung der Geschwindigkeit. Eine solche Richtungsänderung geschieht einmal direkt hinter den Wirbelzentren der Primärwirbel am Ort $x_1 = 1.9 \cdot D_h$. Ein weiterer Richtungswechsel ist in schwächerer Form vor den Zentren bei $x_1 = 1.0 \cdot D_h$ zu beobachten. Die lokalen Extrema mit entgegengesetztem Vorzeichen definieren die Orte an denen sich die Richtung der rezirkulierenden Primärwirbel ändert. Die Autokorrelation $\overline{(u'_2 u'_2)}$ besitzt ein Maximum in der Symmetrieebene des Zylindernachlaufs bei $x_1 = 1.9 \cdot D_h$. Sie ist ebenso konstant über die Spannweite verteilt wie die bereits genannten Komponenten. Das Maximum reicht weit ausgedehnt in

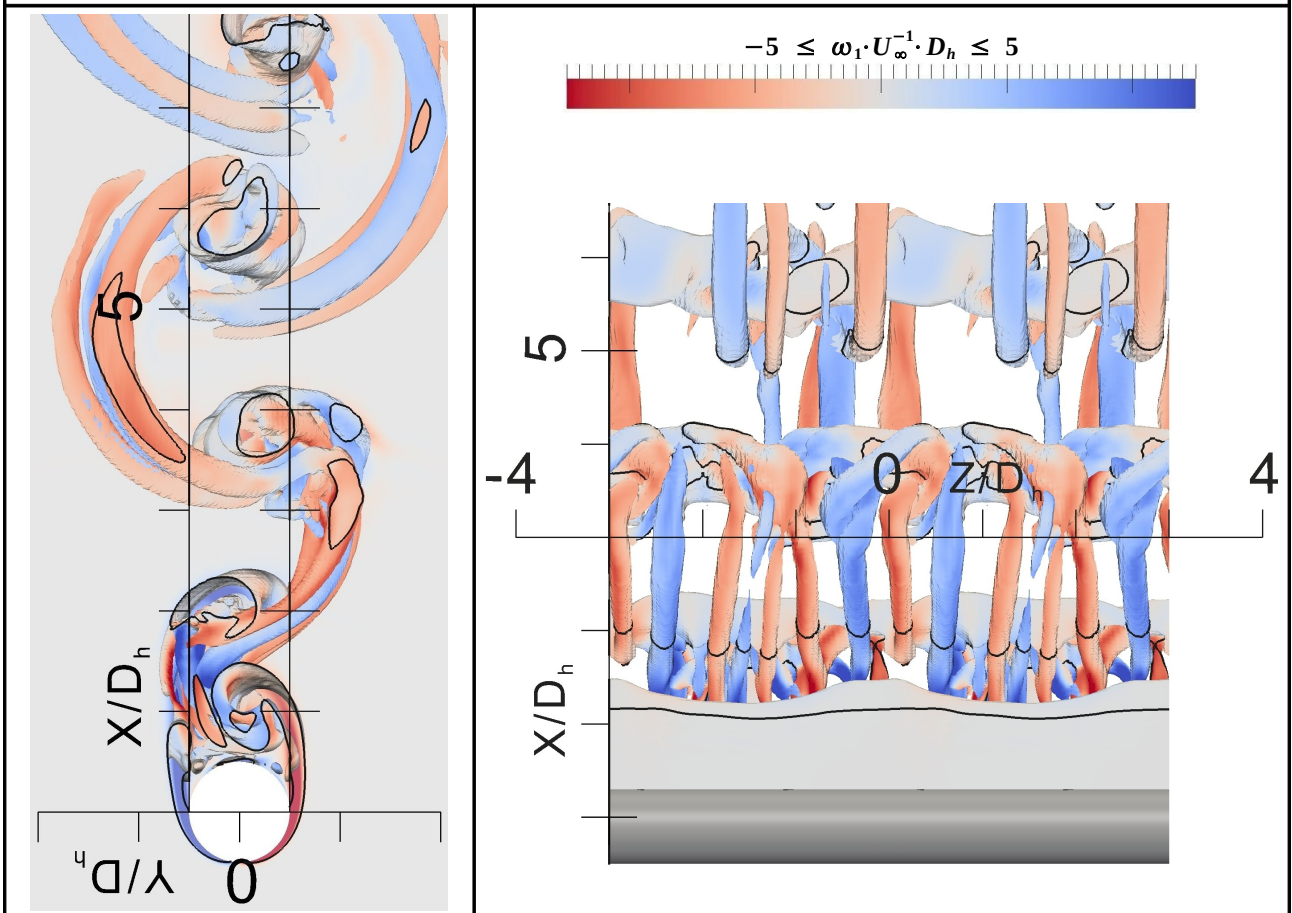
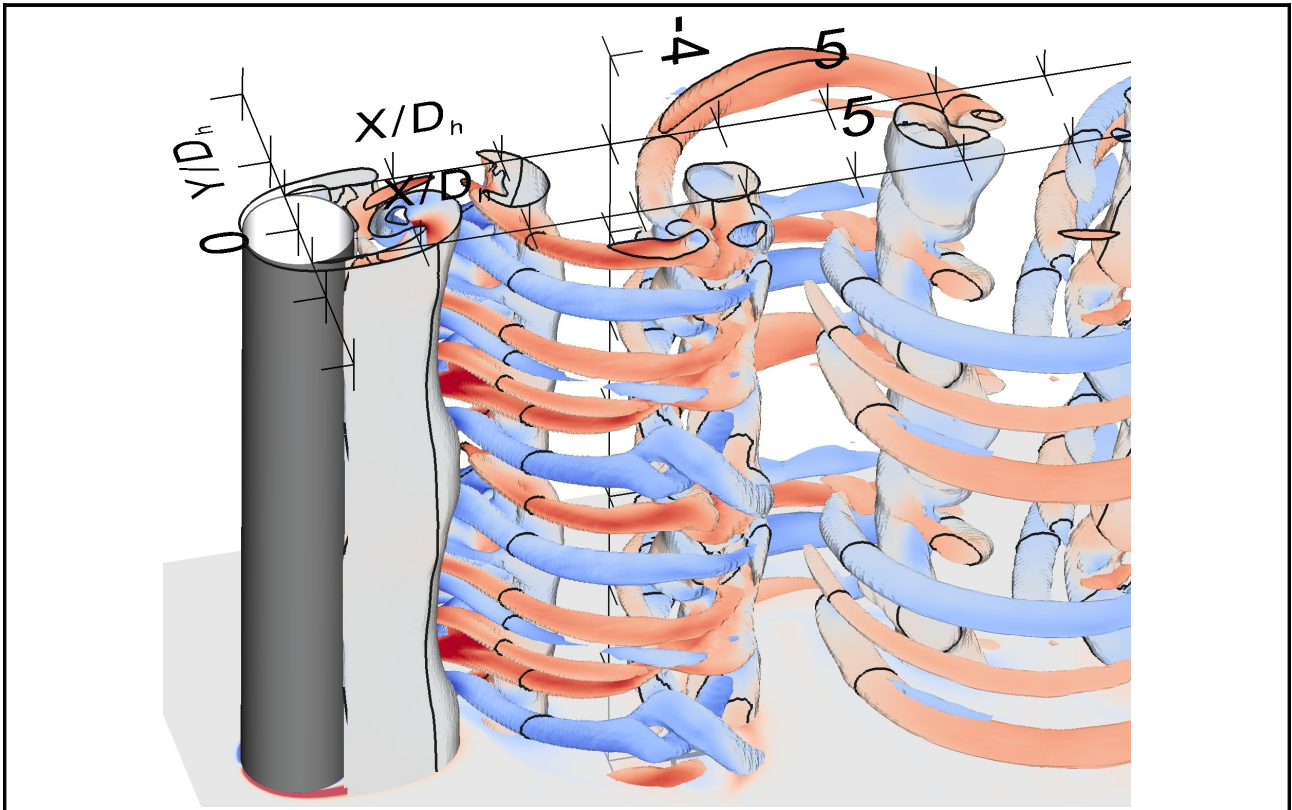


Abb. 4.19 Isofläche des Wirbelkriteriums $Q(t_4) \cdot U_\infty^{-2} \cdot D_h^2 = 0.6$ instantan im Zylindernachlauf eingefärbt mit der Komponente der Wirbelstärke in Strömungsrichtung

den Nachlauf. Dies definiert den Zerfall der Primärwirbel mit zunehmendem Abstand vom Zylinder. Die Komponente $\overline{(u'_3 u'_3)}$ definiert ein Maximum (Abb. 4.18) zwischen den Maxima der Komponente $\overline{(u'_1 u'_1)}$. Bekannt ist die Entstehung der Sekundärwirbel mit dem Aufrollen der primären Scherschichten. Das Maximum zeigt den Ort der Sekundärwirbelentstehung im zeitlichen Mittel. Der Maximalwert der Komponente $\overline{(u'_3 u'_3)}$ ist eine Zehnerpotenz kleiner als die Werte der vorher gehenden Komponenten. Die Tabelle 5.1 gibt alle Extremwerte der Reynoldsspannungen aller präsentierten Geometrien wieder. Der Wertebereich der Komponente $\overline{(u'_2 u'_3)}$ ist ein Hundertstel der primären Komponenten. Diese Komponente zeigt die Orte der Richtungsänderung der zirkulierenden Sekundärwirbel um die Strömungsrichtung. In dieser Reynoldsspannungskomponente ist die bekannte Wellenlänge der Sekundärwirbel $\lambda_z = 1 \cdot D_h$ in der Periodizität der Strukturen in Spannweitenrichtung identifizierbar.

4.2.2 Elliptischer Zylinder EZ

Die Wirbelstrukturen im Nachlauf des elliptischen Zylinders sind wie bei der Zylinderumströmung in Primär- und Sekundärstrukturen unterscheidbar. Der Vergleich Abbildung 4.19 mit 4.20 zeigt den B-Mode im Wirbelkriterium Q in beiden Geometrienachläufen. Abbildung 4.20 und 4.24 macht durch die Scherschichten über die Spannweite des elliptischen Zylinders die Stabwirbel im Nachlauf sichtbar. Diese sind durch sekundäre Wirbelstrukturen in Strömungsrichtung über mehrere Ablöseperioden mit einander verbunden (Abb. 4.20 und 4.25). Trotz der Ähnlichkeit zur Zylinderumströmung besitzt die elliptische Grundform im Detail wichtige individuelle Eigenschaften.

Die Tabelle 5.1 komprimiert in den ersten zwei Spalten den direkten Vergleich zwischen Zylinder und elliptischen Zylinder mit Hilfe der Extremwerte der Tensorcomponenten der Reynoldsspannungen. Die Komponenten der Spur $\overline{(u'_\alpha u'_\alpha)}$ des Tensors zeigen eine deutliche Minderung der Maximalwerte. Diese Minderung ist beschreibend für die Minderung der kinetischen Energie der Nachlaufstrukturen dieser Geometrie. Die ersten beiden Komponenten der Spur $\overline{(u'_1 u'_1)}$ und $\overline{(u'_2 u'_2)}$ sind 38% kleiner. Diese Komponenten sind maßgebend für die Primärwirbel. Schwächer ausgeprägte Primärwirbel besitzen ein schwächeres Druckminimum. Die Tabelle 4.1 zeigt einen Abfall von 28% des Widerstandsbeiwertes. Die elliptische Grundform besitzt eine kleinere projizierte Anströmfläche A_w und damit einen schmaleren Nachlauf als der Zylinder. Die Lage der Maxima, in Abbildung 4.21 und 4.23, von $\overline{(u'_1 u'_1)}$ befindet sich bei $x_1 = 1.8 \cdot D_h$ und $\overline{(u'_2 u'_2)}$ liegt bei $x_1 = 2.2 \cdot D_h$. Die Extrema der elliptischen Geometrie sind generell weiter stromab der selben Reynoldsspannungen der Zylinderumströmung (Abb. 4.14 – 4.16). Die Summierung dieser Eigenschaften schafft den geringeren Strömungswiderstand der elliptischen Grundform. Die Komponente $\overline{(u'_3 u'_3)}$ fällt in der Tabelle 5.1 von der ersten zur zweiten Spalte um 77.5%. Damit ist eine deutliche Schwächung der sekundären und gleichbedeutenden dreidimensionalen Strukturen im Nachlauf des elliptischen Zylinders verbunden. Die Sekundärstrukturen in Abbildung 4.7 sind im Zylindernachlauf in der vorher gehenden Ablöseperiode stromab immer noch prägnant ausgeprägt. Sie bestimmen zu dem das dreidimensionale Bild der Primärstrukturen. Der Nachlauf des elliptischen Zylinder dagegen, in Abbildung 4.20 und 4.25, zeigt partiellere und schwächere Sekundärstrukturen. Die primären Wirbel besitzen dadurch eine Tendenz zu zweidimensional beschreibbaren Wirbelflächen. Dieses Bild

erinnert an Nachlaufstrukturen bei kleineren Reynoldszahlen. Bedingt durch die Geometrie verjüngt sich das Nachlaufgebiet im Vergleich zum Zylinder (4.24, Abb. 4.20 oben). Die Primärstrukturen liegen dadurch höher in ihrer Produktionsfrequenz $f_{st} = 0.28 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h$ (Abb. 4.26). Eine aus Sicht der Anströmung schmalere elliptische Geometrie bewirkt eine schnellere Produktion der Nachlaufstrukturen. Dieser Fakt ist in der Erklärung der Mechanismen im Vibrissennachlauf weiter unten wichtig. Die Wellenlänge der Sekundärstrukturen $\lambda_z = 0.5 \cdot D_h$ fällt im Nachlauf des elliptischen Zylinders ebenfalls geringer aus. Die Eigenschaften geben Potential für weitere Schlussfolgerungen über die dreidimensionalen Wirbelstrukturen dieser Geometrie. Diese besitzen jedoch unter dem Gesichtspunkt dieser Auswertung, Widerstandsreduzierung der Vibrissengeometrie, hier keine Relevanz.

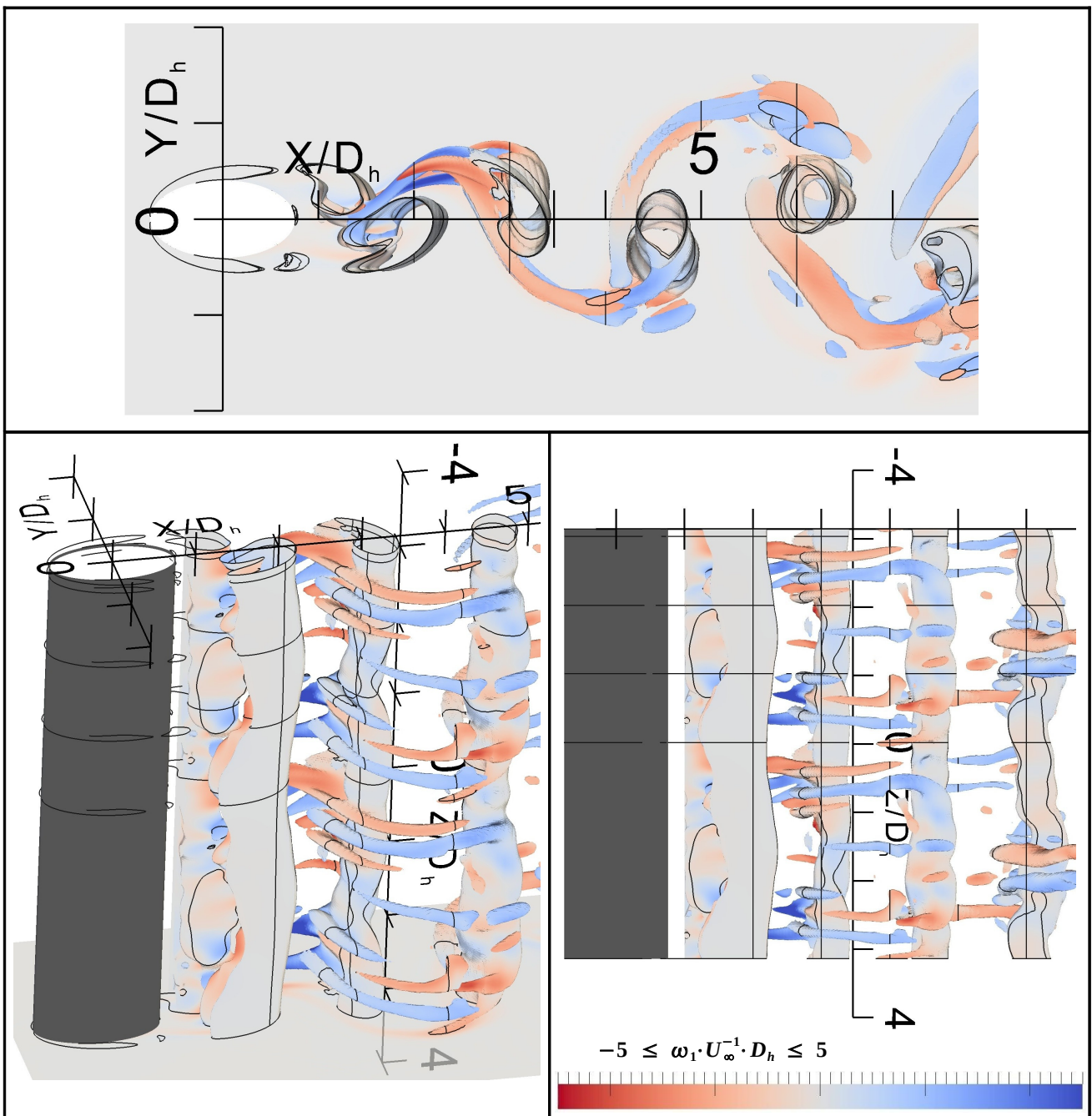


Abb. 4.20 Isofläche des Wirbelkriteriums $Q(t_i) \cdot U_\infty^{-2} \cdot D_h^2 = 0.6$ instantan im Nachlauf des EZ eingefärbt mit der Komponente der Wirbelstärke in Strömungsrichtung

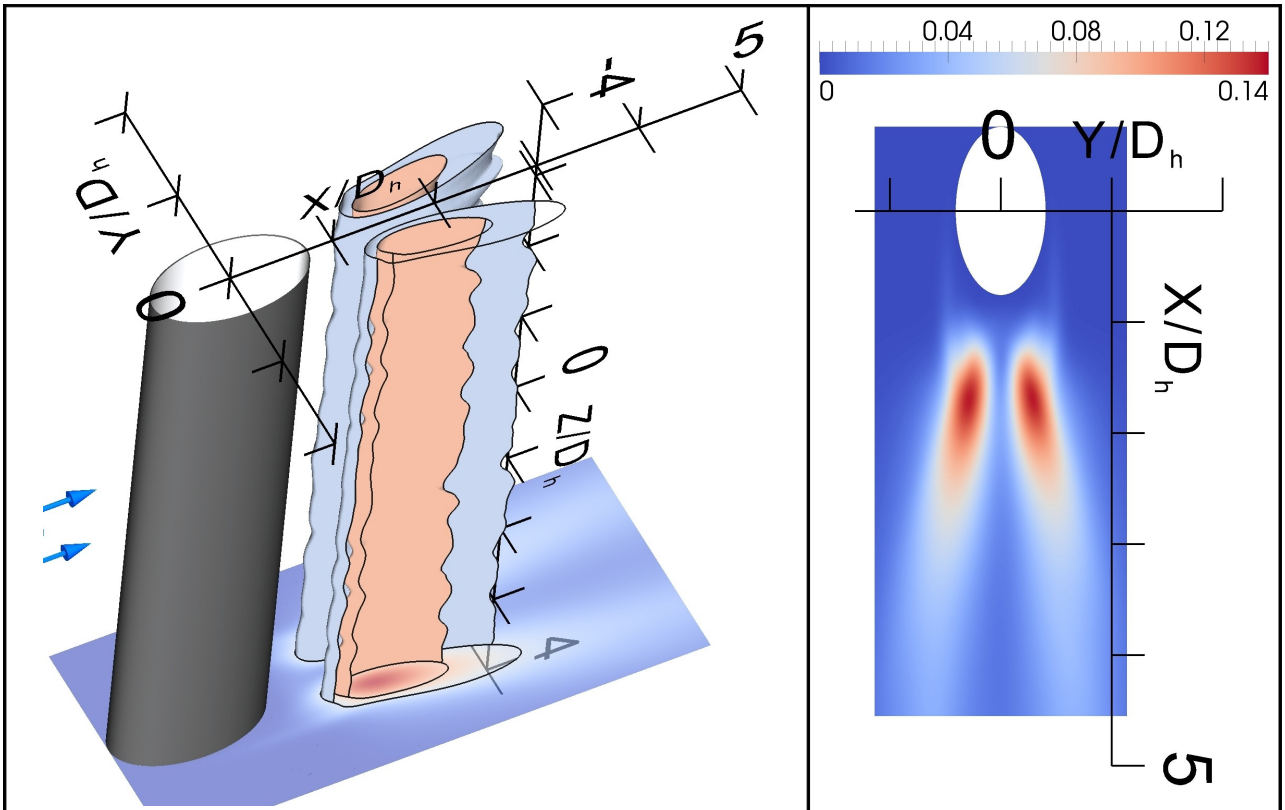


Abb. 4.21 Komponente $(\overline{u'_1 \cdot u'_1}) \cdot U_\infty^{-2}$ des Tensors der Reynoldsspannungen im Nachlauf des elliptischen Zylinders EZ (Isflächen: $(\overline{u'_1 \cdot u'_1}) \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.06, +0.09)$)

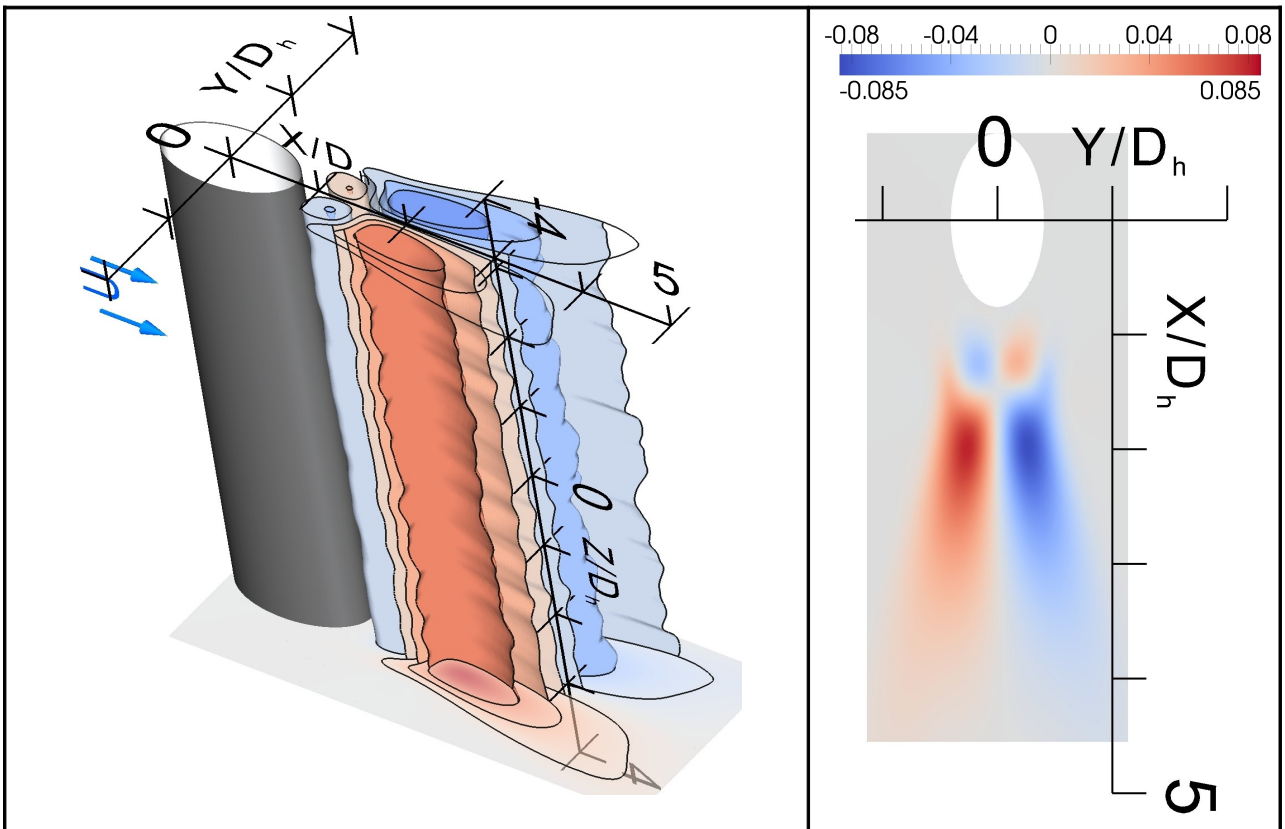


Abb. 4.22 Komponente $(\overline{u'_1 \cdot u'_2}) \cdot U_\infty^{-2}$ des Tensors der Reynoldsspannungen im Nachlauf des EZ (Isflächen: $(\overline{u'_1 \cdot u'_2}) \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.01, \pm 0.03, \pm 0.05)$)

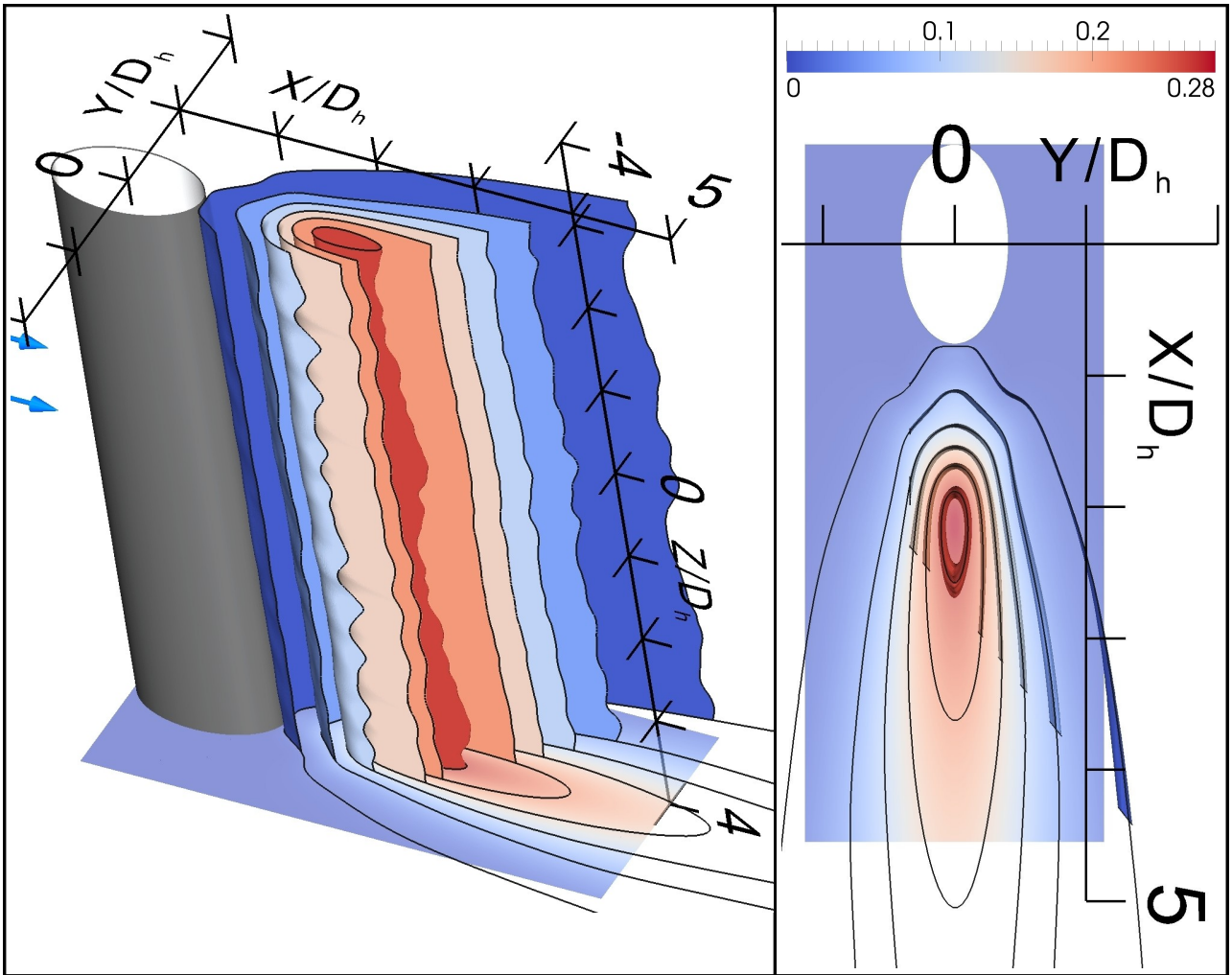


Abb. 4.23 Komponente $(u'_2 \cdot u'_2) \cdot U_\infty^{-2}$ des Tensors der Reynoldsspannungen im Nachlauf des EZ (Isoflächen: $(u'_2 \cdot u'_2) \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.01, +0.06, +0.11, +0.16, +0.21, +0.26)$)

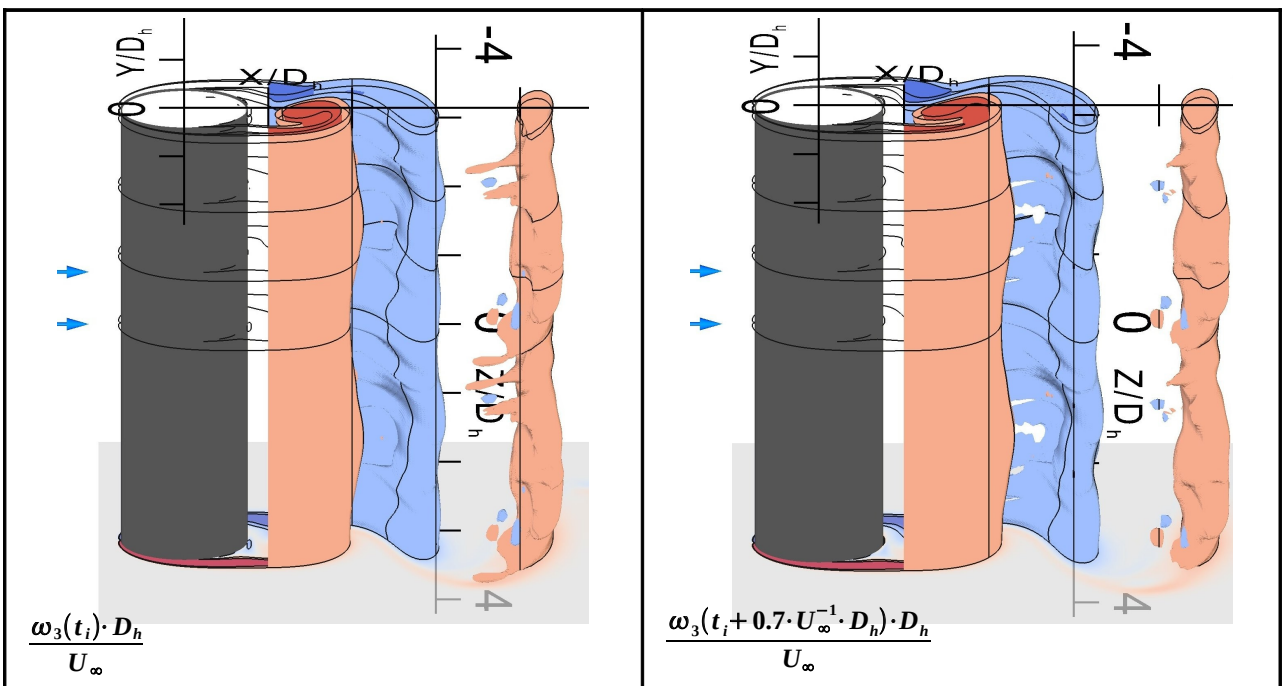


Abb. 4.24.a Erläuterung unten

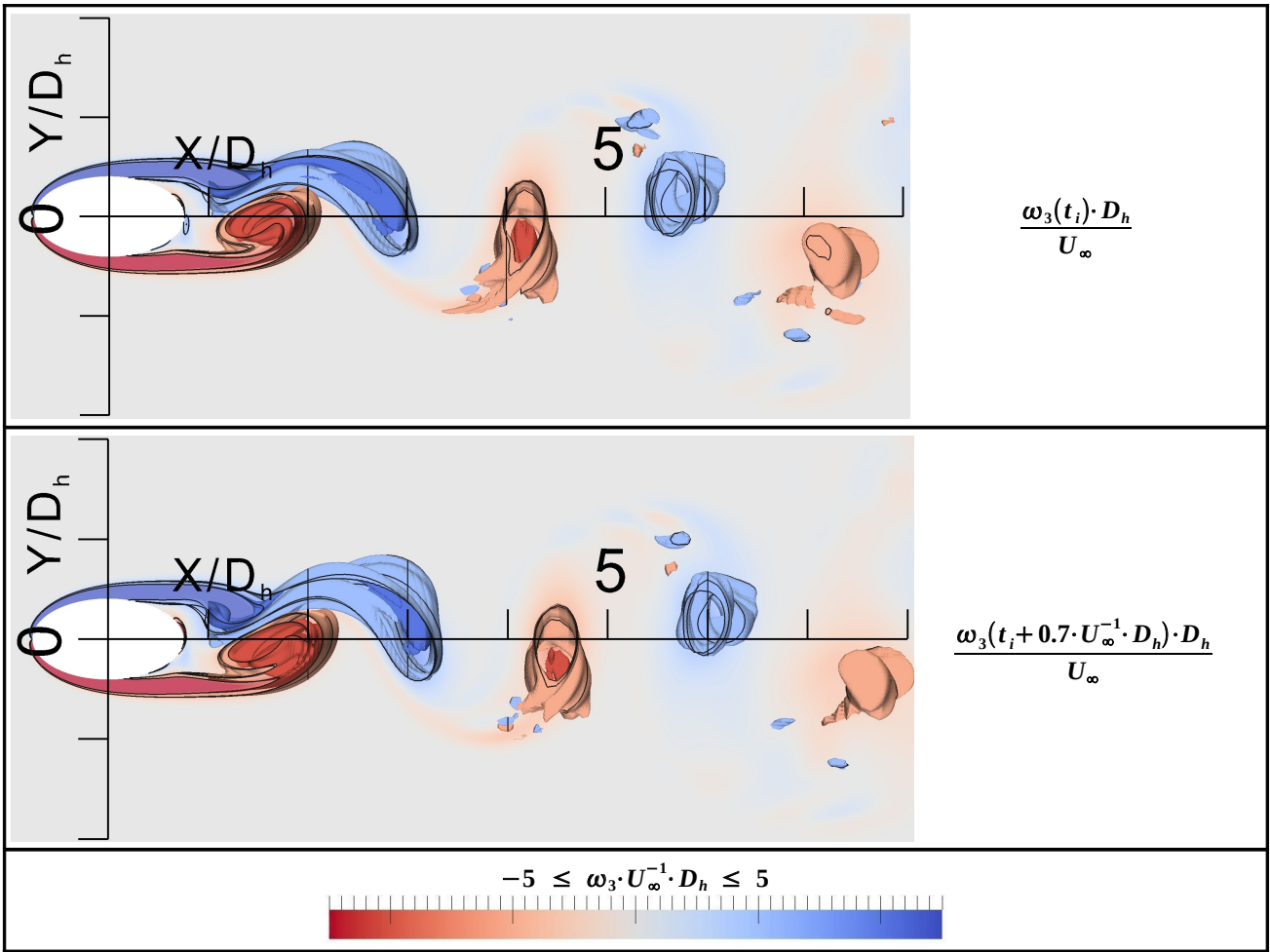


Abb. 4.24.b Spanweitenkomponente der Wirbelstärke an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf des elliptischen Zylinders
 Isoflächen $\omega_3 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h = \pm 2$ und $\omega_3 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h = \pm 4$

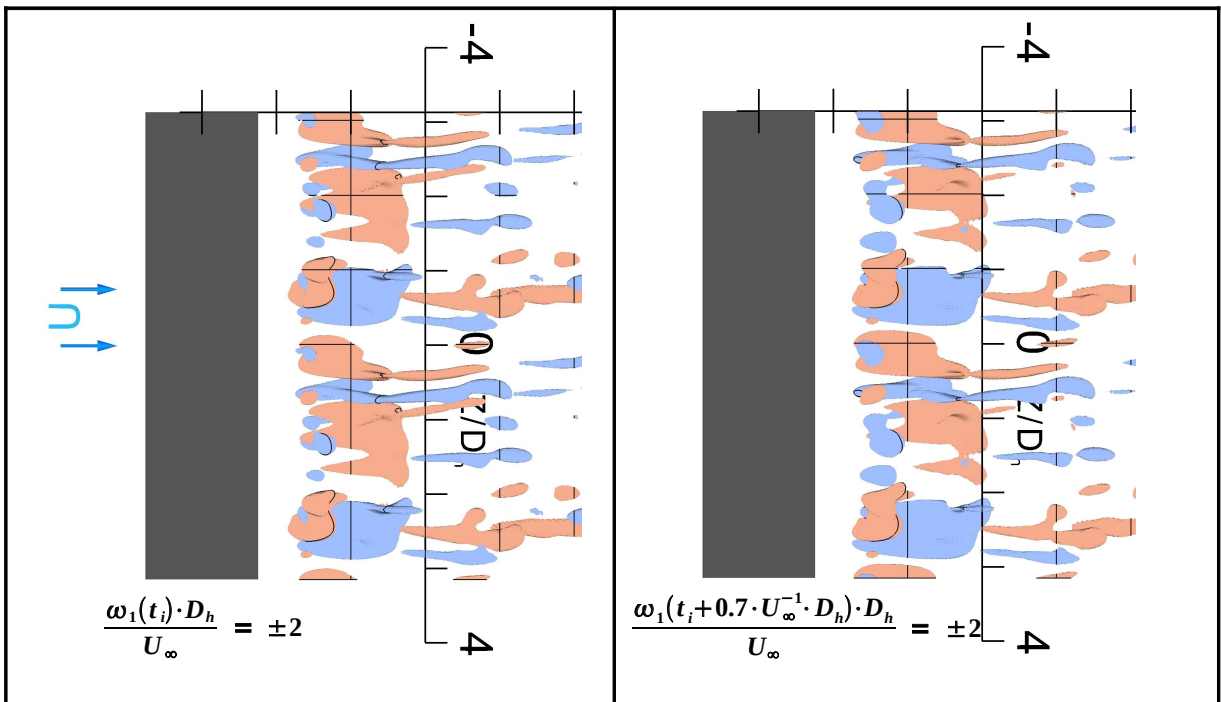


Abb. 4.25 Komponente der Wirbelstärke in Strömungsrichtung an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf des elliptischen Zylinders

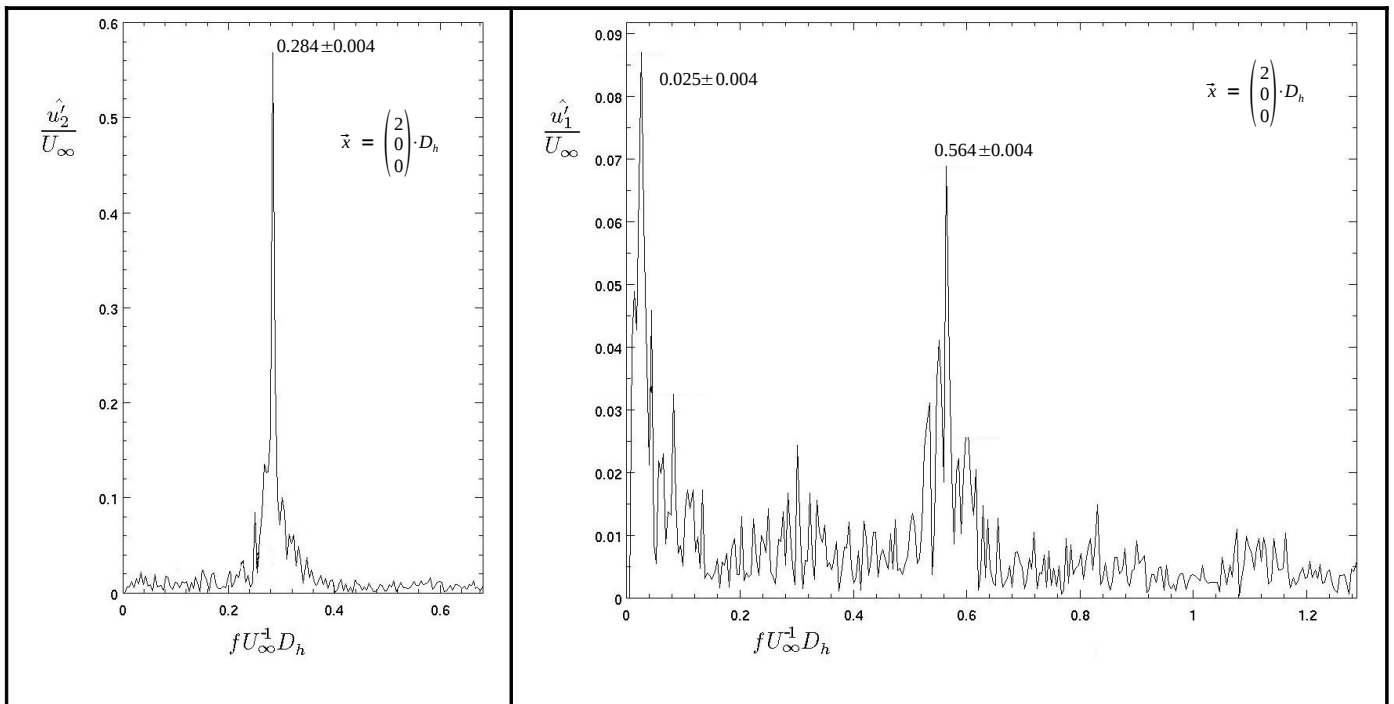


Abb. 4.26 Amplitudenspektrum der Geschwindigkeitsschwankungen im Nachlauf des EZ

4.2.3 Modulierter Zylinder MZ

Zu diesem Zeitpunkt der Auswertung besitzt die numerische Berechnung der Umströmung eines modulierten Zylinders nicht genügend Gesamtrechenzeit für eine detailreiche Bewertung der zeitlich gemittelten Strukturen. Die Mittelung genügt aber einer Beurteilung der Grösse und Lage der Extremwerte der Reynoldsspannungen.

Auch hier gibt die Tabelle 5.1 einen übersichtlichen Eindruck des Einflusses dieser Geometrie. Die Auto- und Kreuzkorrelationen der Geschwindigkeitsschwankungen u'_1 und u'_2 erfahren durch die Modulation einen verhältnismäßig geringen Anstieg ihrer Extrema im Vergleich zum ebenen Zylinder. Die ersten zwei Komponenten der Spur steigen um 9%. Dieser Anstieg begründet sich auf einer gebietsweisen Konzentration der Schwankungsstrukturen über die Spannweite. Im Nachlauf des MZ konzentrieren sich die primären Schwankungen jeweils auf der Höhe des größten Durchmessers D_g über die modulierte Spannweite der Geometrie. Die Abbildung 4.28 zeigt diese Konzentrationsgebiete in der $\overline{(u'_2 u'_2)}$ Komponente. Die Struktur der Reynoldsspannungen ist damit nicht mehr konstant über die Spannweite der Geometrie verteilt. Eine Änderung der Lage der Extremwerte in Strömungsrichtung findet nicht statt. Die primär aufrollenden Scherschichten des modulierten Zylinders sind unmittelbar nach ihrem Entstehungsort stromab eines Modulationsminimums D_k unterbrochen (Abb. 4.30.c). Die Primärstrukturen sind durch die Modulation im Nachlauf der Geometrie auf dessen Maxima konzentriert und stark deformiert. Dies führt, in den Abbildungen 4.27 und 4.30 (Ansichten der x_3 -normalen Projektion), zu einer geringeren Lebensdauer der Primärstrukturen von einer Ablöseperiode stromab. Die Auto- und Kreuzkorrelationen der Geschwindigkeitsschwankung u'_3 in der Tabelle 5.1 (der MZ – Spalte) zeigen einen

deutlichen Anstieg zum Zylinder. Die dreidimensionale Geometrie erzeugt erwartungsgemäß eine stärkere Ausprägung der dreidimensionalen Nachlaufstrukturen. Die Abbildungen 4.27 und 4.31 zeigen eine vorrangige Produktion der Sekundärwirbel an Stellen zwischen einer großen und kleine Modulation über die Spannweite. Stromab finden sich die Sekundärwirbel dann gehäuft im Nachlauf einer kleinen Modulation. Dieser Einfluss auf die Lage und Energie der Sekundärstrukturen erklärt die periodische Unterbrechung von $P = 2 \cdot M$ der Primärstrukturen. Das Nachlaufgebiet des modulierten Zylinder ändert sich periodische mit einer Modulationsperiode über die Spannweite der Geometrie.

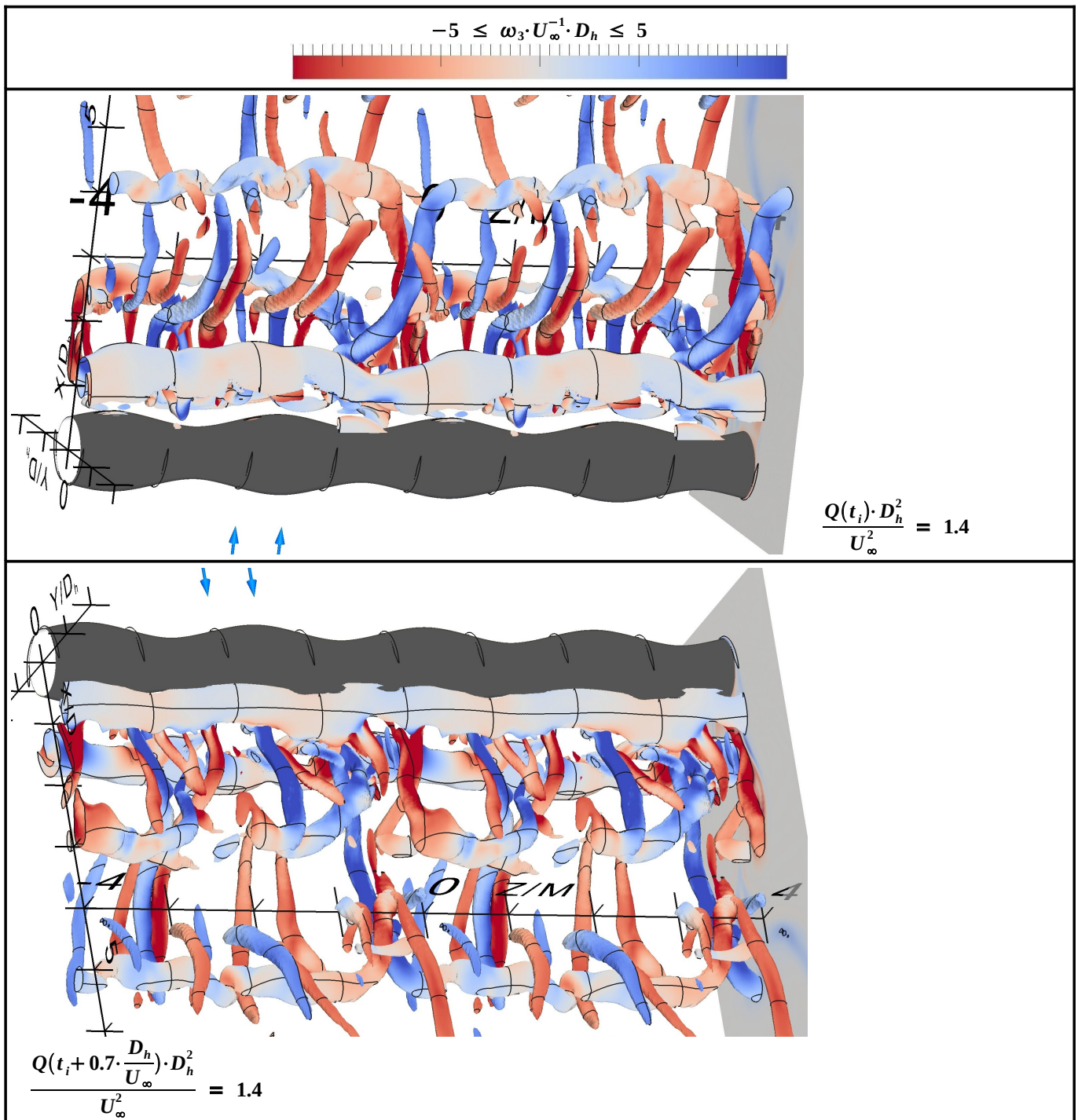


Abb. 4.27.a Erläuterung unten

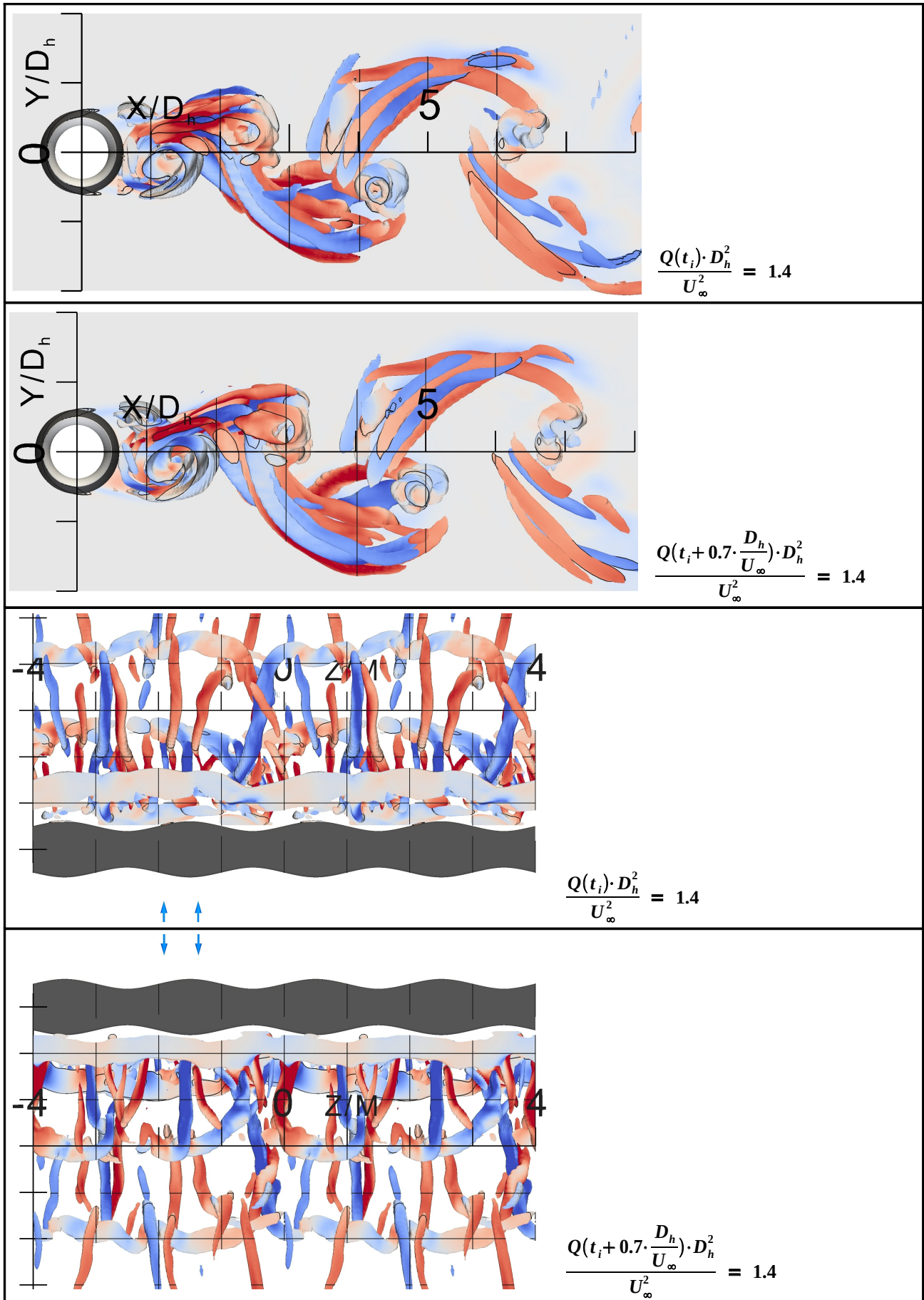


Abb. 4.27.b Isofläche des Wirbelkriteriums $Q(t_i) \cdot D_h^2 \cdot U_\infty^{-2}$ an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf des MZ eingefärbt mit der Wirbelstärkekomponente in Strömungsrichtung

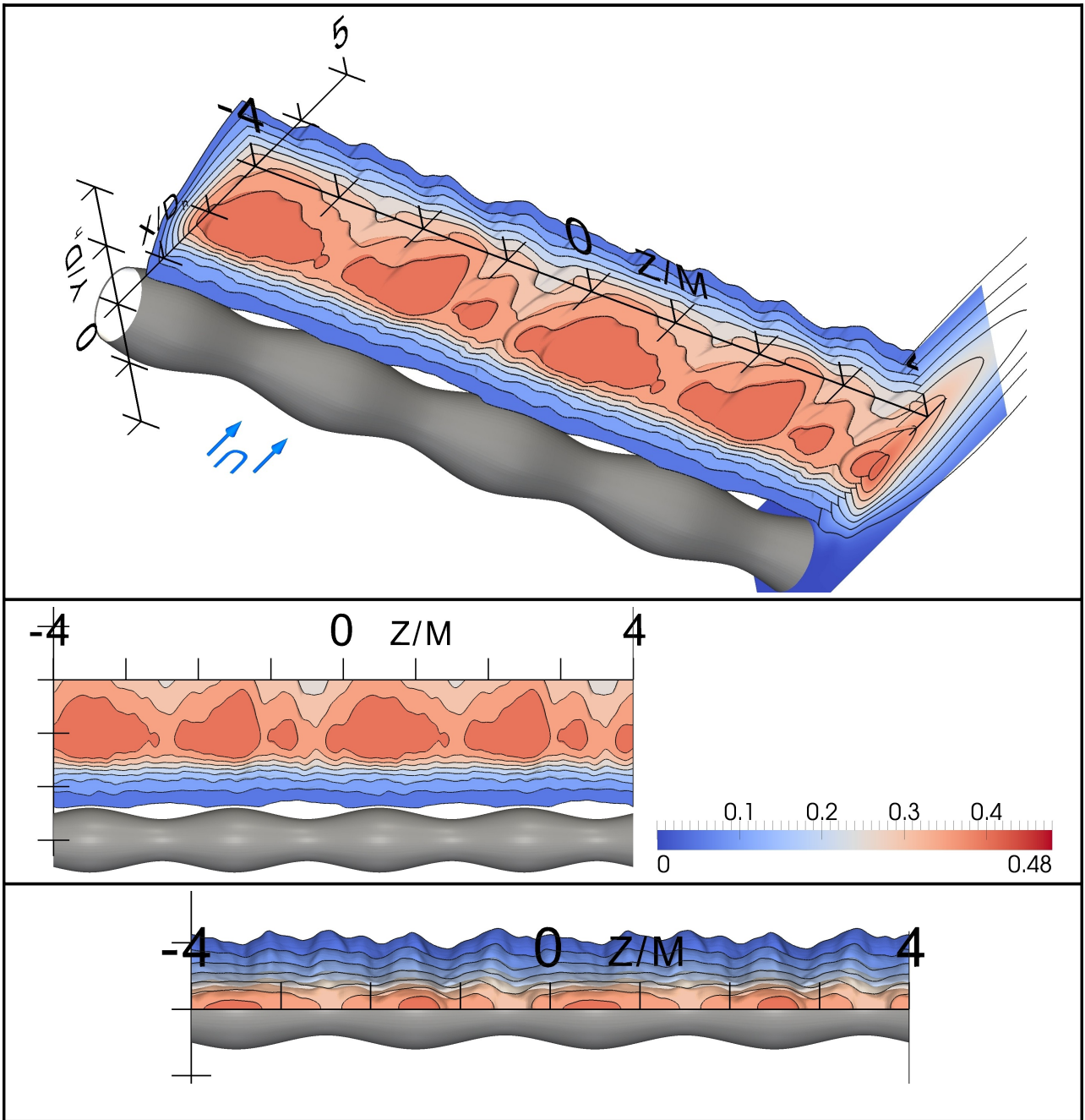


Abb. 4.28 Dyadenkomponente $\overline{(u'_2 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2}$ der Reynoldsspannungen im Nachlauf des modulierten Zylinders
 (Isoflächen: $\overline{(u'_2 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.05, +0.1, +0.15, +0.2, +0.25, +0.3, +0.35, +0.4,)$)

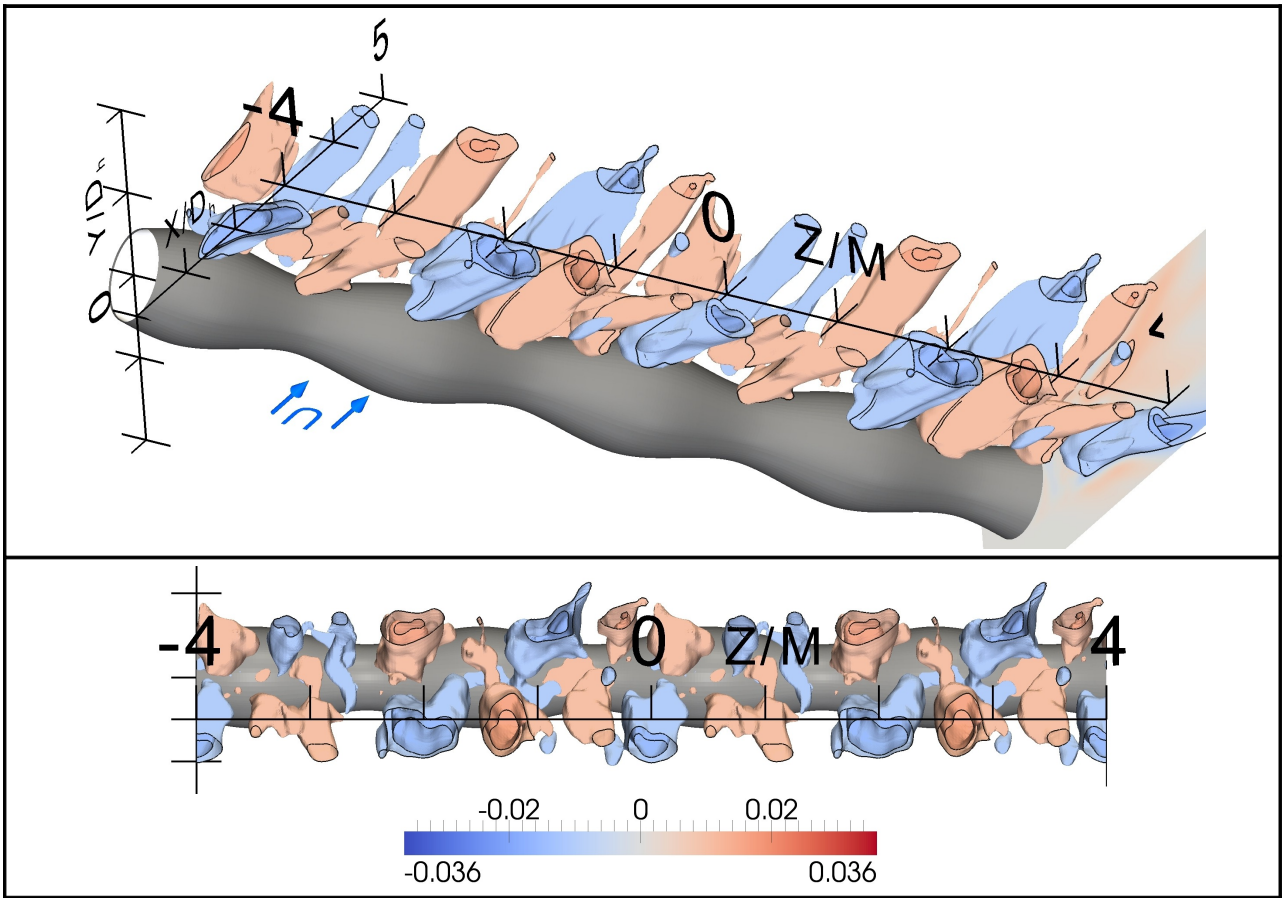


Abb. 4.29 Dyadenkomponente $(\overline{u'_2 \cdot u'_3}) \cdot U_\infty^{-2}$ der Reynoldsspannungen im Nachlauf des modulierten Zylinders
 (Isoflächen $(\overline{u'_2 \cdot u'_3}) \cdot U_\infty^{-2} \in (\mp 0.01, \mp 0.015)$)

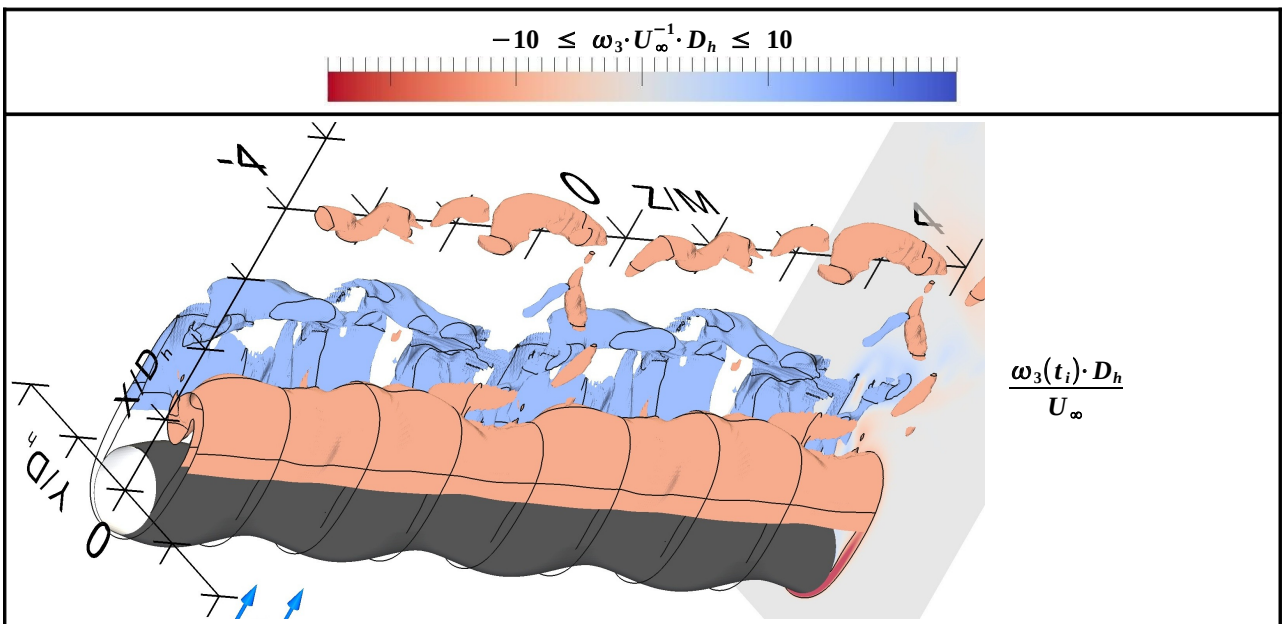


Abb. 4.30.a Erläuterung unten

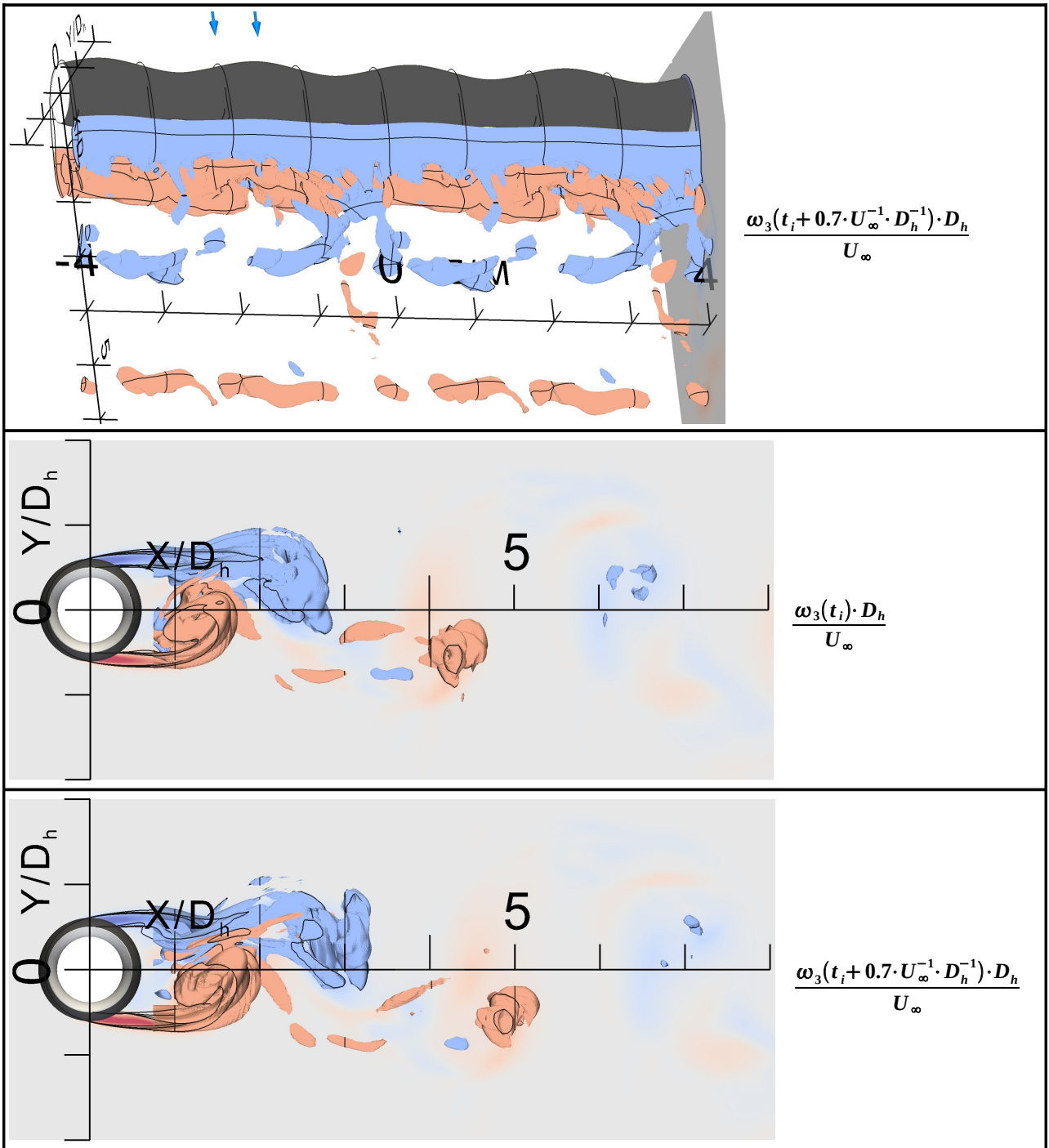


Abb. 4.30.b Erläuterung unten

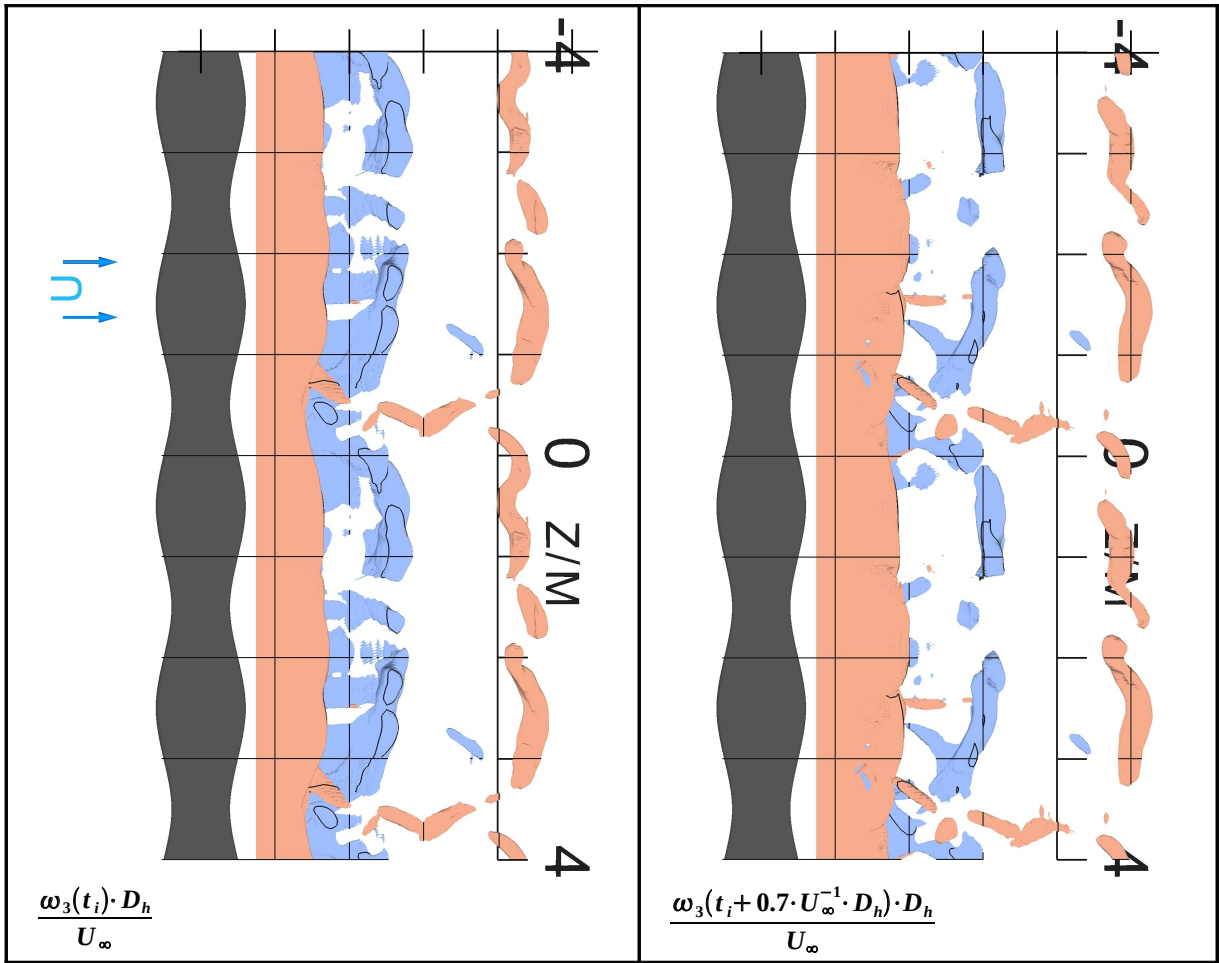


Abb. 4.30.c Spanweitenkomponente der Wirbelstärke an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf des modulierten Zylinders
 Isofläche $\omega_3 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h = \pm 4$

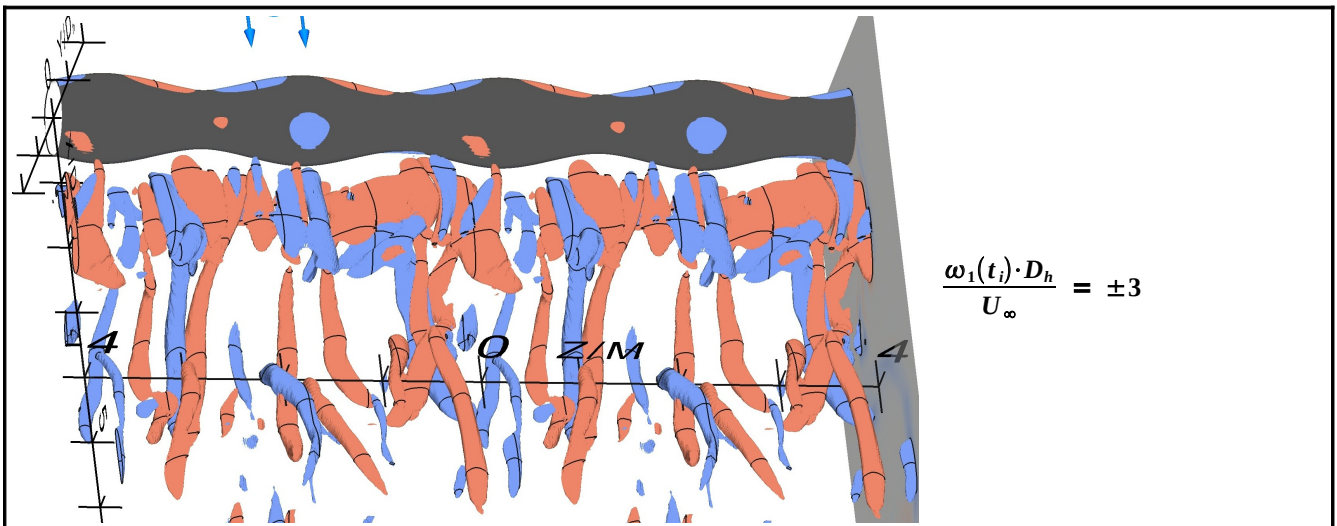


Abb. 4.31.a Erläuterung unten

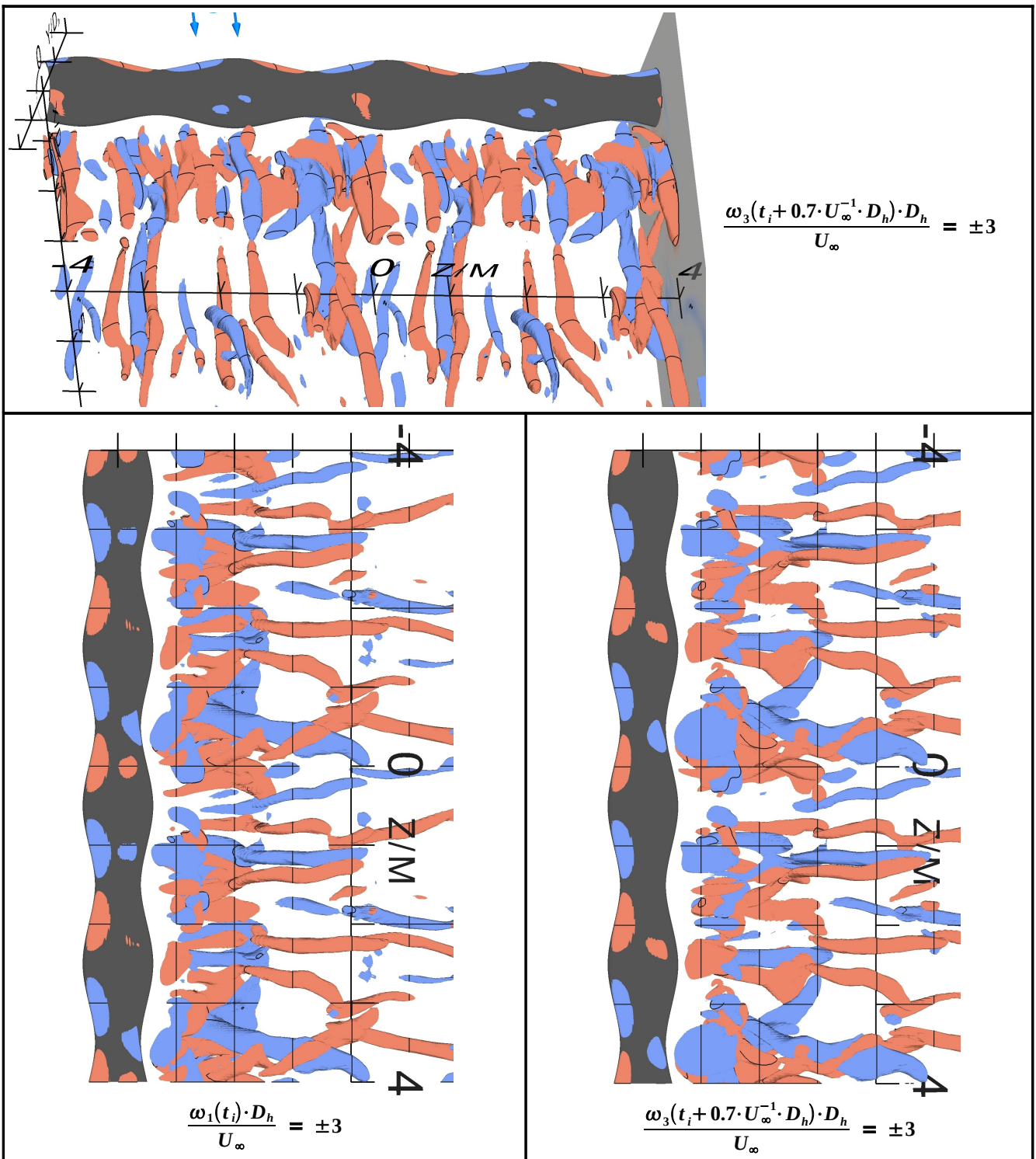


Abb. 4.31.b Isoflächen der Wirbelstärkekomponente in Strömungsrichtung an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf des modulierten Zylinders

4.2.4 Planare und ideale Vibrisse PV und V

Auf Grund der wenigen Unterschiede zwischen den Nachlaufstrukturen der planaren und idealen Vibrissengeometrie ist es möglich diese Berechnungen gemeinsam auszuwerten. Unterschiede zwischen den Geometrien sind in den folgenden Interpretationen explizit gekennzeichnet. In der Reihenfolge der Abbildungen in diesem Kapitel stehen erst die zur planaren Vibrissenberechnung und darauf folgend die der idealen Vibrisse.

Zur Berechnung der planaren Vibrissenumströmung sei ebenfalls darauf hingewiesen, dass deren Gesamtrechnzeit momentan nicht befriedigend ist im Hinblick auf die Reynoldsspannungen. Dem ist aber durch die optimal konvergierten Reynoldsspannungsstrukturen der idealen Vibrisse Abhilfe geschaffen. Der Vergleich der Abbildungen der Reynoldsspannungen beider Geometrien macht die Formgleichheit deutlich. Die im Folgenden benutzten geometrischen Beschreibungen der Vibrissen erfolgen immer aus Sicht der Anströmung. Eine schmale Modulation bezeichnet somit den Bereich der Ellipse (\vec{a}, \vec{b}) . Dort erfährt die Modulation in der x_2 -normalen Ebene ihre Minima. Dementsprechend sind Maxima der Spannweitenmodulation aus Sicht der Anströmrichtung bezeichnet. Die Wirbelstrukturen im Nachlauf der Vibrissengeometrien sind nicht mehr so trivial in Primär- und Sekundärwirbel wie im Zylindernachlauf unterscheidbar. Deswegen sei explizit erwähnt, dass Primärstrukturen Wirbel mit einem Wirbelstärkevektor in Spannweitenrichtung bezeichnen. Sekundärstrukturen besitzen somit einen Wirbelstärkevektor in Strömungsrichtung.

Bei den Vibrissengeometrien ebenfalls mit der Übersicht der Tabelle 5.1 zu beginnen ist sinnvoll. Eine Superposition der Eigenschaften der elliptischen und modulierten Zylinderumströmung stellt die Veränderung der Extremwerte vom Zylinder zu den Vibrissengeometrien logisch dar. Die elliptische Grundform schwächt die Primärstrukturen ab. Eine Spannweitenmodulation hebt die Schwankungsgrösse der dreidimensionalen Strukturen an. Mit diesen Fakten ist die Annäherung der Extremwerte der Spurkomponenten zueinander bei den Vibrissengeometrien ein logisches Ergebnis. Dieser Zustand erinnert an eine rotationssymmetrische Scherschichtentwicklung in der alle Spurkomponenten des Reynoldsspannungstensors die selbe Grösse besitzen. Die Extremwerte unterscheiden sich zwischen den beiden Vibrissengeometrien nicht nennenswert. Sie lassen die Behauptung zu, dass bei gleicher Gesamtrechnzeit die Reynoldsspannungen die selben Werte annehmen. Die Abbildungen (4.34 – 4.39 & 4.46 – 4.51) der Reynoldsspannungen im Nachlauf der planaren und idealen Vibrisse stellen die übereinstimmenden Formen der Schwankungsstrukturen beider Geometrien deutlich dar. Des Weiteren zeigen alle Abbildungen das selbe periodische Verhalten. Die Reynoldsspannungen im Nachlauf der Vibrissengeometrien wiederholen sich mit dem Abstand $\Delta x_3 = 2 \cdot M = P$ einer Periode der geometrischen Modulation in Spannweitenrichtung. Alle Extremwerte der Reynoldsspannungen befinden sich im Nachlauf immer exakt Mittig einer Modulation zwischen der Ellipse (\vec{a}, \vec{b}) und der Ellipse (\vec{k}, \vec{l}) . Im definierten KKS finden sich damit die Extrema bei ganzzahligen Vielfachen des Modulationsabstandes $x_3 = n \cdot M$ in Spannweitenrichtung ein. Ausgehend von dem Mittelpunkt jeder Ellipse (\vec{k}, \vec{l}) zeigt jede Reynoldsspannungskomponente eine geschlossene Strukturformation im Nachlauf der Vibrissengeometrien über den Wertebereich $-M \leq x_3 \leq M$. Diese Ellipse beschreibt in Strömungsrichtung projiziert ein Maximum in der Modulationsdicke. Dies entspricht dem Konzentrationsbereich der Primärstrukturen beim moduliertem Zylinder. Damit zeigen sich die Strukturen wie erwarten periodische über die Spannweite. Die Lage der Extrema der Reynoldsspannungen in Strömungsrichtung x_1 ist unterschiedlich zwischen planarer und idealer Vibrissengeometrie.

Die Maxima der Komponente $\overline{(u'_1 \cdot u'_1)}$ im Nachlauf der idealen Vibrisse verteilen sich bei $x_1 = 3 \cdot D_h$ wie beschrieben periodisch mit dem Abstand M über die Spannweite (Abb. 4.46). Die zweite Komponente der Spur $\overline{(u'_2 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-1} = 0.16$ besitzt ihre periodischen Maxima bei $x_1 = 3.5 \cdot D_h$ in der Abbildung 4.49. Die Komponente $\overline{(u'_3 \cdot u'_3)}$ stellt in Abbildung 4.51 die Maxima ebenfalls bei $x_1 = 3 \cdot D_h$ dar. Die Maxima $\overline{(u'_1 \cdot u'_1)}$ befinden sich direkt tangential zu den Seiten der Geometrie im Vibrissennachlauf. Die Maxima der $\overline{(u'_3 \cdot u'_3)}$ rücken jeweils quer zur Strömung um $\Delta x_2 = 0.2 \cdot D_h$ dichter zur Achse der Strömungsrichtung. Die Komponenten $\overline{(u'_1 \cdot u'_3)}$ (Abb. 4.48) und $\overline{(u'_2 \cdot u'_3)}$ (Abb. 4.50) beschreiben aus den Erfahrungen am Zylinder die Orte der größten Richtungswechsel der Strömungsgeschwindigkeiten. Die Extremwerte der Komponente $\overline{(u'_1 \cdot u'_3)}$ liegen am selben Ort wie die der $\overline{(u'_3 \cdot u'_3)}$ Komponente im Vibrissennachlauf. Die Maxima und Minima von $\overline{(u'_2 \cdot u'_3)}$ schließen die Lage der Extremwerte von $\overline{(u'_1 \cdot u'_1)}$ und $\overline{(u'_3 \cdot u'_3)}$ in ihrer Mitte ein. Dieses Konstrukt der Extrema zeigt den direkten Übergang von Primär- in Sekundärstrukturen im Vibrissennachlauf an. Die Nachlaufstrukturen sind komplett dreidimensional. Die annähernd primären Strukturen sind ebenfalls unterbrochen wie beim modulierten Zylinder. Jede Primärstruktur wechselt schon in der ihrem Produktionsort in eine dreidimensionale Sekundärstruktur.

Der einzige nennenswerte Unterschied der Nachlaufstrukturen der planaren Vibrisse ist ein Offset von $\Delta x_1 = 0.5 \cdot D_h$ in der Lage der selben Strukturen stromab. Damit liegen die Maxima von $\overline{(u'_1 \cdot u'_1)}$ im Nachlauf der planaren Vibrisse bei $x_1 = 3.5 \cdot D_h$. Das Maximum von $\overline{(u'_2 \cdot u'_2)}$ befindet sich bei $x_1 = 4 \cdot D_h$. Die Nachlaufstrukturen der planaren Vibrisse zeigen keine weiteren Unterschied in Form und Ausprägung. Die Verlagerung wird schnell deutlich beim Vergleich aller Reynoldskomponenten der planaren Vibrisse mit denen der idealen Vibrisse in den Draufsichten (**PV**: Abbildungen 4.34 bis 4.39) (**V**: Abbildung 4.46 bis 4.51). Das Produktionsgebiet der energiereichen Nachlaufstrukturen ist im Vergleich zum Zylinder deutlich weiter stromab wie die Reynoldsspannungen zeigen. Die Kräfte auf der Geometrieoberfläche sind durch diese Entfernung unabhängig von jeglichen dynamischen Wirbelstrukturen des Vibrissennachlaufs. Die zu den Wirbeln gehörenden Druckminima haben einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Oberflächenkräfte. Damit ist klar das die Kräfteverläufe der Vibrisse in der Abbildung 4.1 annähernd stationär sein müssen. Der zusätzlich geringere Widerstandswert bei der planaren zur idealen Vibrisse in Tabelle 4.1 ist mit den Offset in den Produktionsgebieten eindeutig begründet. Das Nachlaufgebiet der planaren Vibrisse ist ausgedehnter. Zusätzlich ist das Druckminima des Nachlaufgebietes schwächer als das der idealen Vibrisse.

Die resultierende strömungsinduzierte Kraft der Vibrisse ist stationär. Diese resultierende Kraft ist eine integrale Größe über die Geometrieoberflächen. Die Abbildungen 4.43 und 4.32 zeigen das Wirbelkriterium Q und mit Hilfe der Wirbelstärkekomponente ω_3 den Drehsinn um die Spannweitenrichtung der nächsten Nachlaufstrukturen hinter den Vibrissengeometrien. Die Abbildungen 4.44 und 4.33 zeigen die selben Wirbelstrukturen mit dem Drehsinn in Strömungsrichtung. Der Vergleich der verschiedenen Darstellungen macht in der Wirbelproduktion das Aufrollen der Scherschichten um die Spannweitenrichtung deutlich. In den Abbildungen 4.43 und 4.32 ist die Periodizität $\Delta x_3 = 2 \cdot M$ der Wirbelstrukturen in Spannweitenrichtung in den Reynoldsspannungen

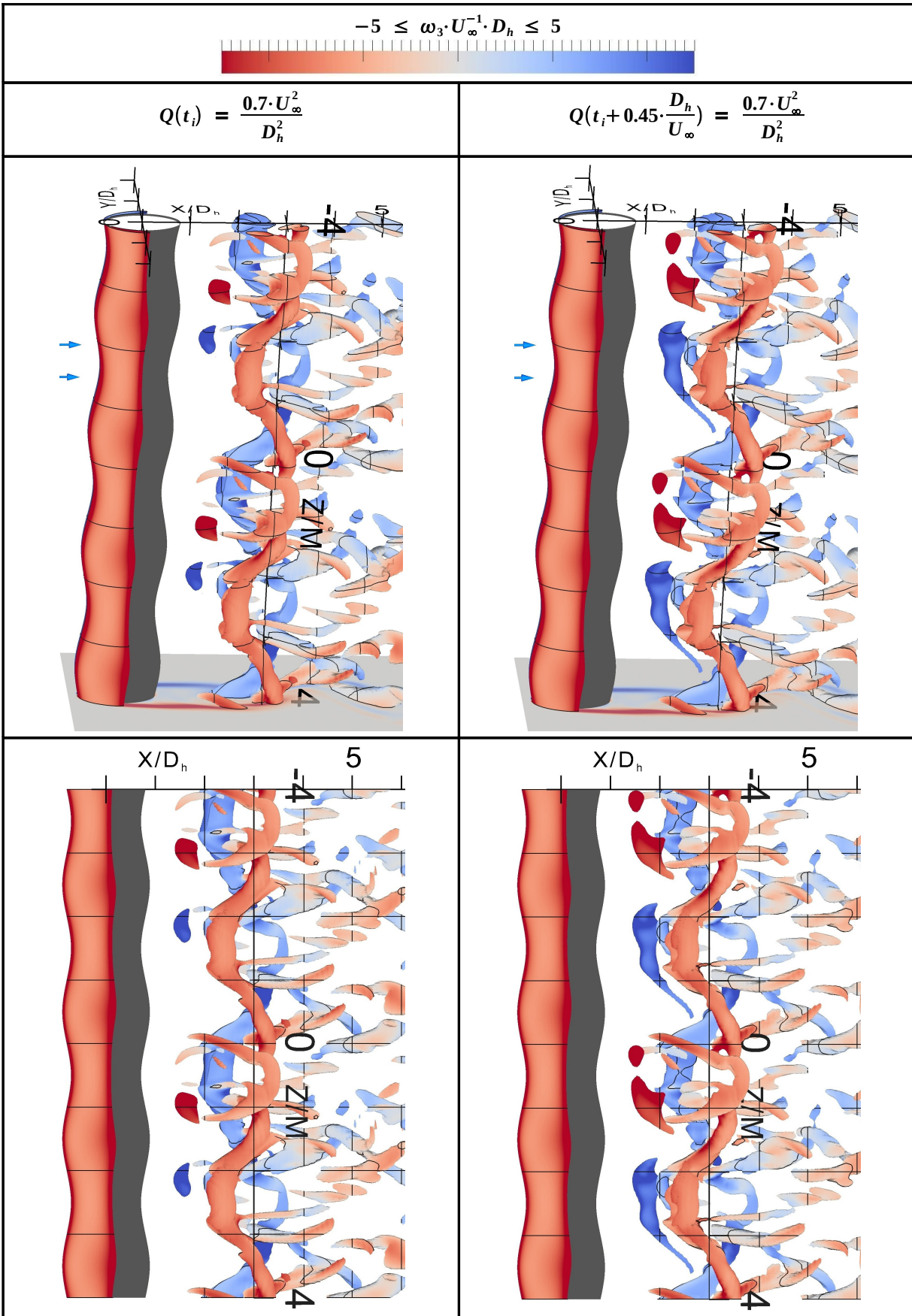


Abb. 4.32 Isofläche des Wirbelkriteriums $Q(t_i) \cdot D_h^2 \cdot U_\infty^{-2}$ an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf der PV eingefärbt mit der Spanweitenkomponente der Wirbelstärke

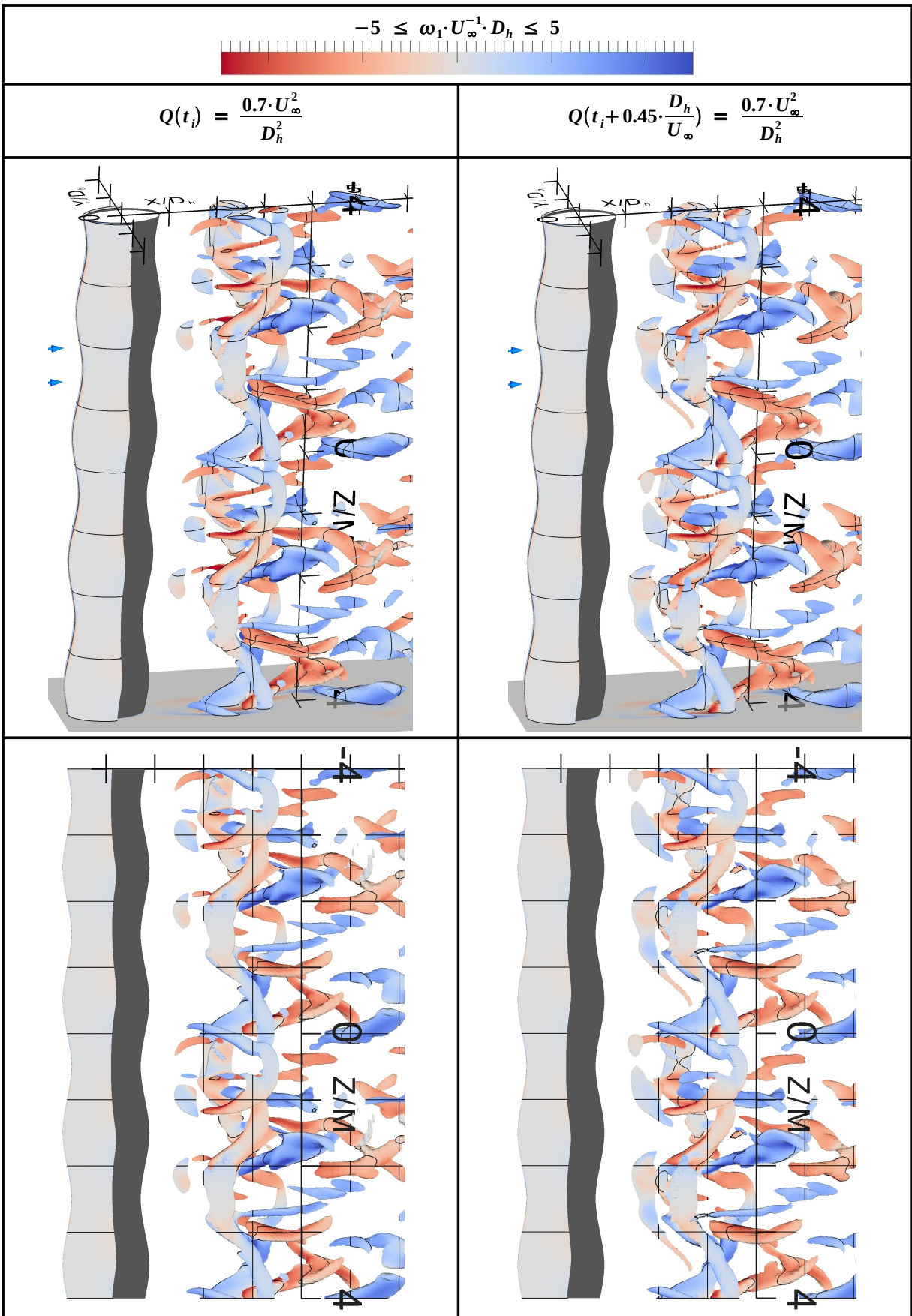


Abb. 4.33.a Erläuterung unten

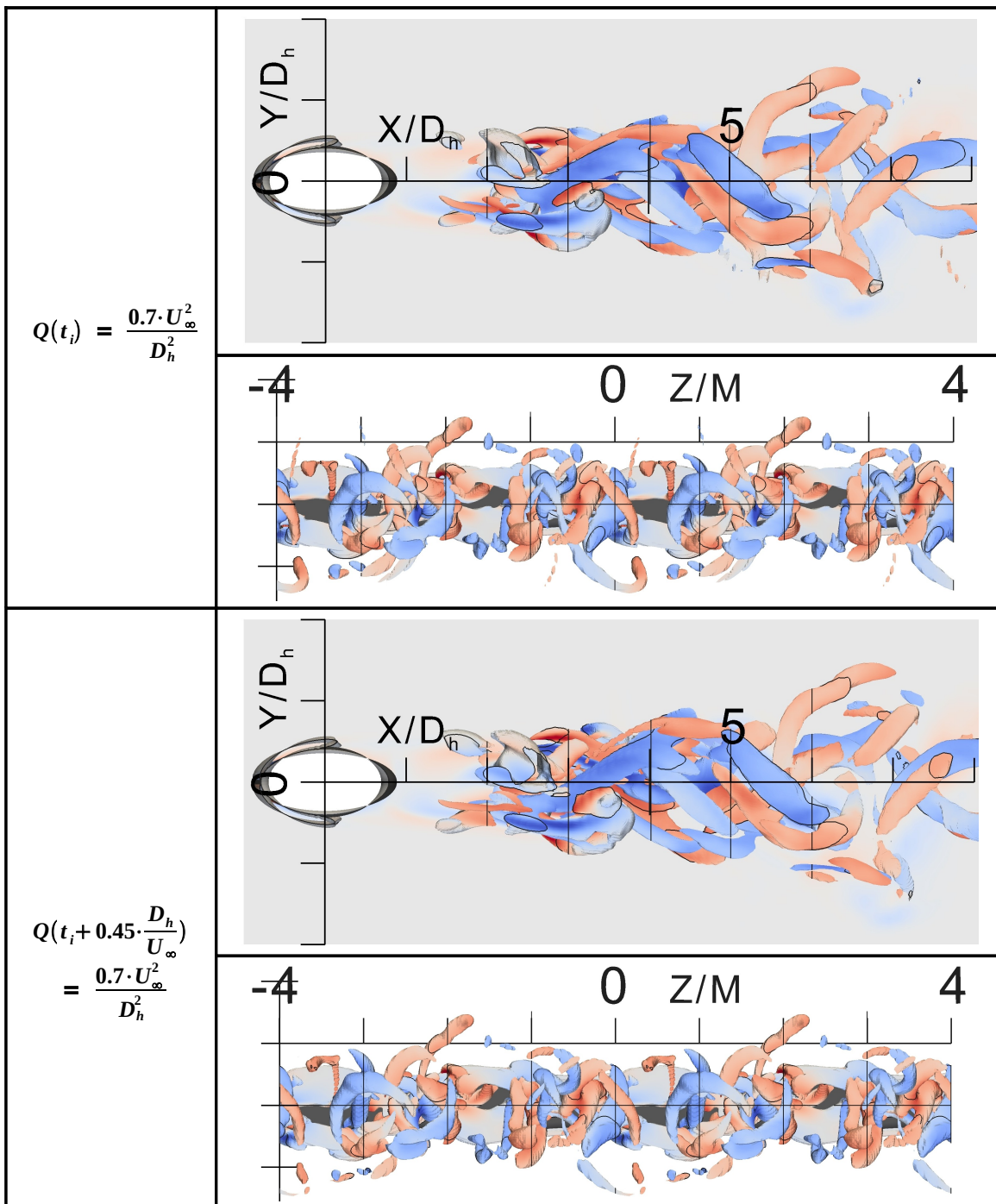


Abb. 4.33.b Isofläche des Wirbelkriteriums $Q(t_i) \cdot D_h^2 \cdot U_\infty^{-2}$ an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf der PV eingefärbt mit der Wirbelstärkekomponente in Strömungsrichtung

zu sehen. Ein weiteres Phänomen ist nun beschrieben durch das wechselseitige Auftreten der Wirbelstrukturen über die Vibrissenspannweite. Im Nachlauf zwei benachbarter geometrischer Modulationsperioden treten die Wirbelstrukturen phasenverschoben auf. Diese, im Abstand $\lambda_z = 4 \cdot M$, periodische Wirbelstrukturen bewirkt mit dem Oberflächenintegral eine stationäre resultierende Kraft. Um eine Beeinflussung durch den Abstand der periodischen Randbedingungen aus zuschließen sind Berechnungen mit höherer Spannweite numerisch gelöst. Abbildung 4.57 vergleicht die numerische Berechnungen der idealen Vibrisse mit einer Spannweite von

$-2 \cdot M \leq x_3 \leq 2 \cdot M$ und von $-4 \cdot M \leq x_3 \leq 4 \cdot M$. Die Nachlaufstrukturen der Berechnungen zeigen keine nennenswerten Unterschiede. Die Wirbelstrukturen sind theoretisch separat über Bereiche $-M \leq x_3 \leq M$ betrachtbar. Zueinander beeinflussen sich diese Bereiche in Spannweitenrichtung aber durch eine Phasenwinkelverschiebung von $\Delta\phi = \pi$. Die Abbildungen des Wirbelkriteriums zeigen Fragmente von primären Scherschichten konzentriert auf die Nachläufe einer breiten Modulation. In den Bereichen der schlanken elliptischeren Modulation sind die Scherschichten unterbrochen. Mittig im Nachlauf zwischen den geometrischen Modulationsextrema bilden sich die Sekundärwirbel aus (Abbildungen 4.40 und 4.56). Die Sekundärstrukturen konzentrieren sich stromab des Produktionsgebietes auf die Nachlaufbereiche der schlanken Modulationen. Dies ist dem Verhalten der Nachlaufstrukturen des modulierten Zylinders gleich. In den Abbildung 4.41, 4.42 und 4.55 sind die Strukturen der Spannweiten Wirbelstärkekomponente dargestellt. Sie zeigen im Nachlauf der Vibrissengeometrien kein Aufrollen von primären Scherschichten. Es sind Scherschichten an den Orten der Sekundärwirbelproduktion identifizierbar. Diese zerfallen jedoch sofort in die feinskaligeren Strukturen. Die Spektren der Geschwindigkeitsschwankungen an ausgewählten Punkten über ein Modulationsperiode in Spannweitenrichtung zeigt Abbildung 4.52. Die Periodizität der Strukturen ist in den Spektren wieder gegeben. Die Spektren liegen mit $x_1 = 2 \cdot D_h$ direkt im Produktionsgebiet der Wirbelstrukturen. Der Nachlauf ist deutlich über die gesamte Spannweite von der bekannten Strouhalfrequenz $f_{st} = 0.218 \cdot D_h \cdot U_\infty^{-1}$ beherrscht. Sie besitzt in den Bereich $x_3 = -0.5 \cdot M$ der breiten Modulation ihre größte Amplitude. Nur in den Bereichen der schlanken Modulation $x_3 = 0.5 \cdot M$ übertrifft die Amplitude der Frequenz $f_e = 0.254 \cdot D_h \cdot U_\infty^{-1}$ die bekannte Strouhalfrequenz. Diese höherfrequente Struktur tritt ebenfalls in allen andern Spektren auf. Sie macht den Effekt aus der Berechnung des elliptischen Zylinders deutlich. Eine schlankere elliptische Form besitzt durch ihr schmaleres Nachlaufgebiet eine höhere Ablösefrequenz. Dieser Effekt durch die Variation der Halbachsenverhältnisse bringt die Phasenverschiebung zwischen den Nachläufen benachbarter Modulationsperioden. Abbildung 4.53 zeigt den Druckbeiwert in drei Spannweiterebenen über eine Strouhalperiode. Die Ebene der schwarzen Isolinien liegt im Nachlauf einer breiten Modulation. Die blauen Isolinien liegen auf der Höhe einer schlanken Modulation und die Grünen befinden sich mittig dazwischen. Die Abbildung 4.54 hilft zur optischen Erklärung. Die ebenen Druckbeiwertverteilungen zeigen die Ähnlichkeit der Strukturen im Nachlauf der breite und mittige Modulation an. Dagegen zeigen sie gleichzeitig das fast separierte Verhalten der Ebene der schlanken Modulation. Dies spiegelt deutlich das Verhalten der Amplituden in den Spektren wieder. Die Frequenzen sind somit den Strukturen zu geordnet. Die Abbildung 4.43 zeigt ebenfalls eine Ablöseperiode der Strouhalzahl. Mit den Frequenzanalysen ist nun klar das sich die Scherschichten auf der Höhe der breiten Modulation mit der Strouhalfrequenz f_{st} formieren. Die von diesen Wirbelstrukturen in den Bereich der schlanken Ellipse ragenden Ausleger der Wirbel produzieren sich schneller mit der Frequenz f_e . Dadurch erfährt die modulationsbedingte dreidimensionale Strömung zusätzliche Energie in die sekundären Wirbel in Strömungsrichtung. In den Zwischenbereichen der elliptischen Modulationen scheren sich die Fragmente der Primärwirbel mit ihrer Entstehung sofort in Wirbelstrukturen in Strömungsrichtung um.

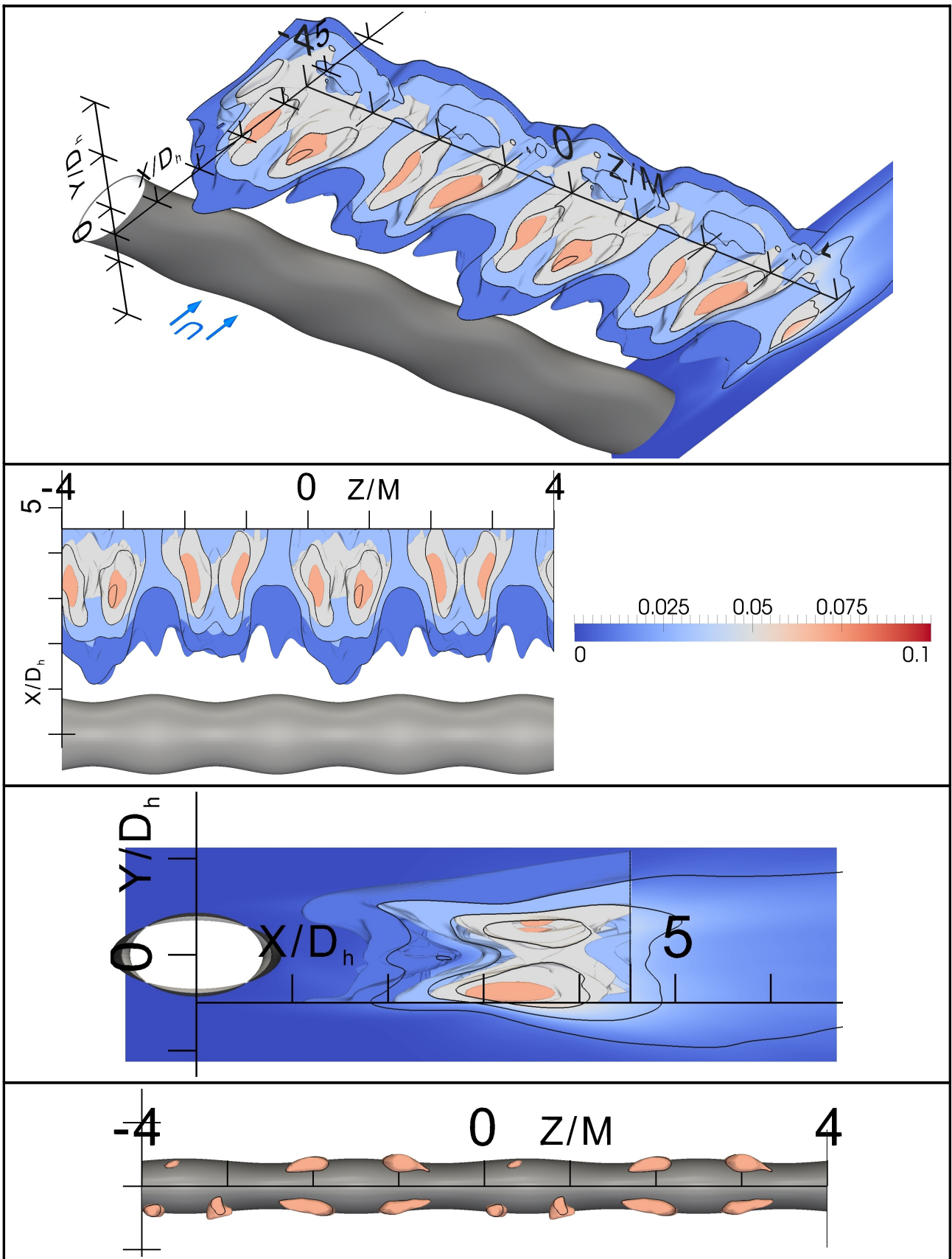


Abb. 4.34 Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{u'_1 \cdot u'_1} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der planaren Vibrisse (Isoflächen $\overline{u'_1 \cdot u'_1} \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.01, +0.03, +0.05, +0.07)$)

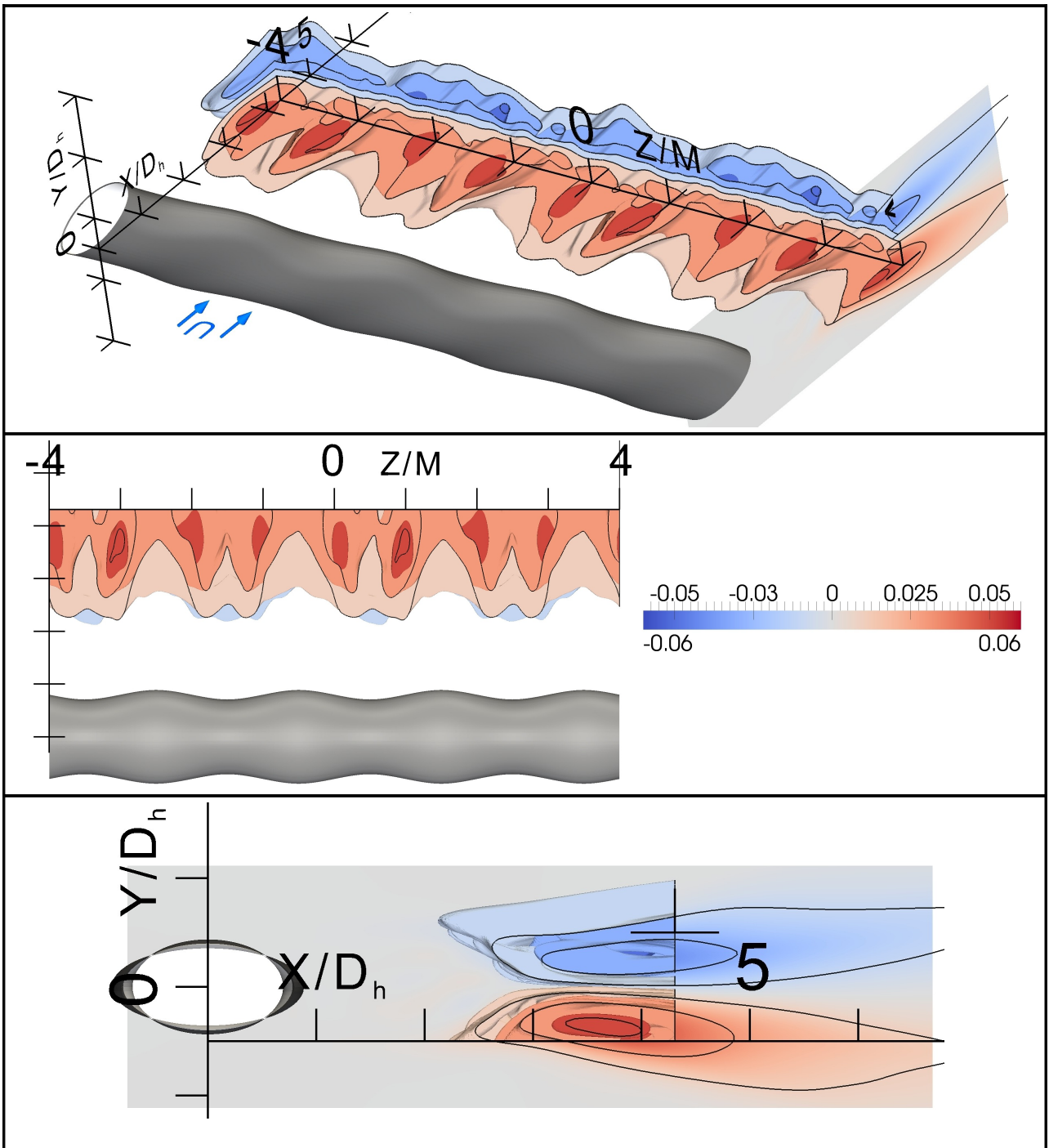


Abb. 4.35 Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{(u'_1 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der planaren Vibrierte (Isoflächen $\overline{(u'_1 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.01, \pm 0.03, \pm 0.05)$)

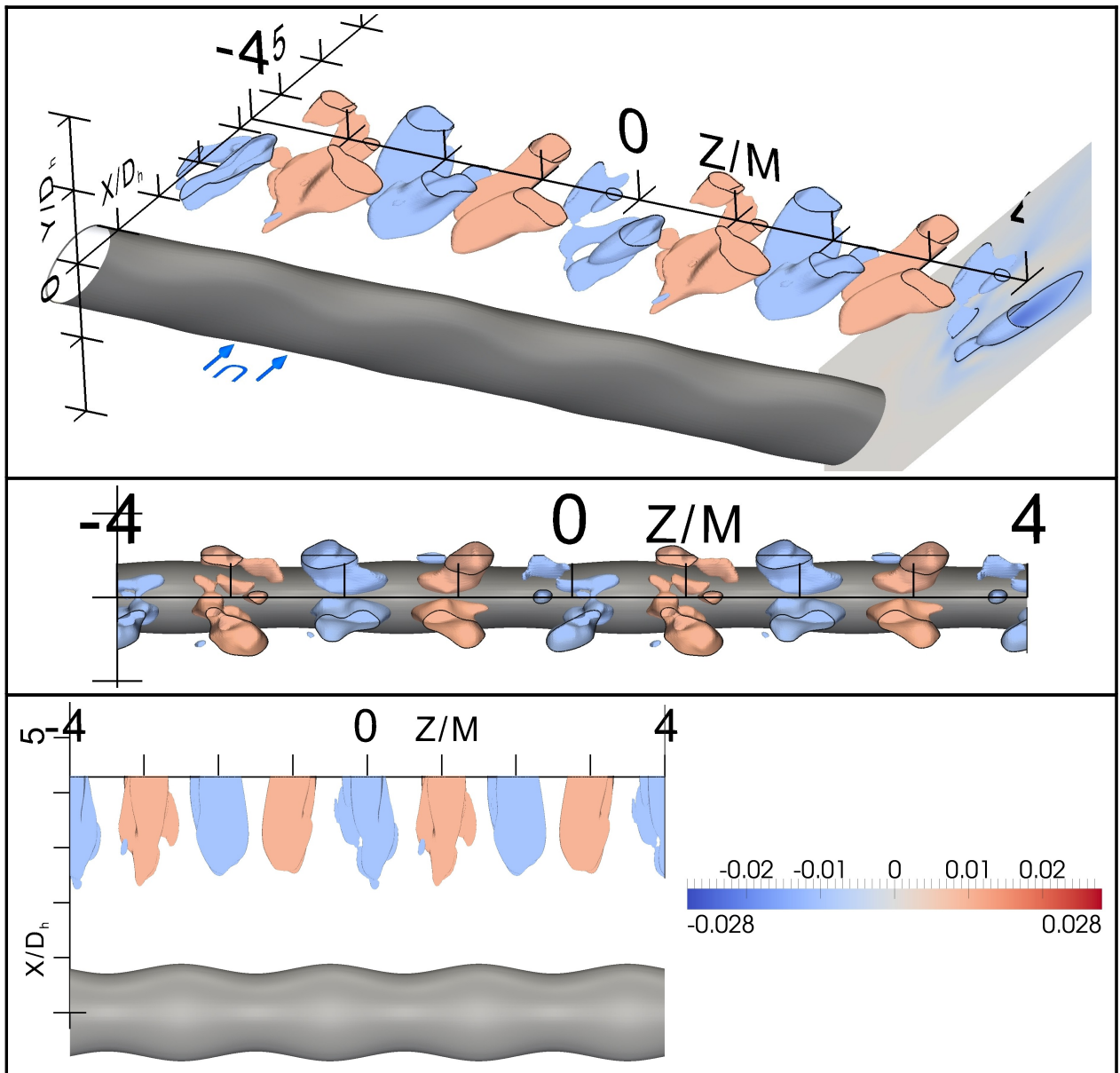


Abb. 4.36 Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{(u'_1 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der planaren Vibrisse (Isoflächen $\overline{(u'_1 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.01)$)

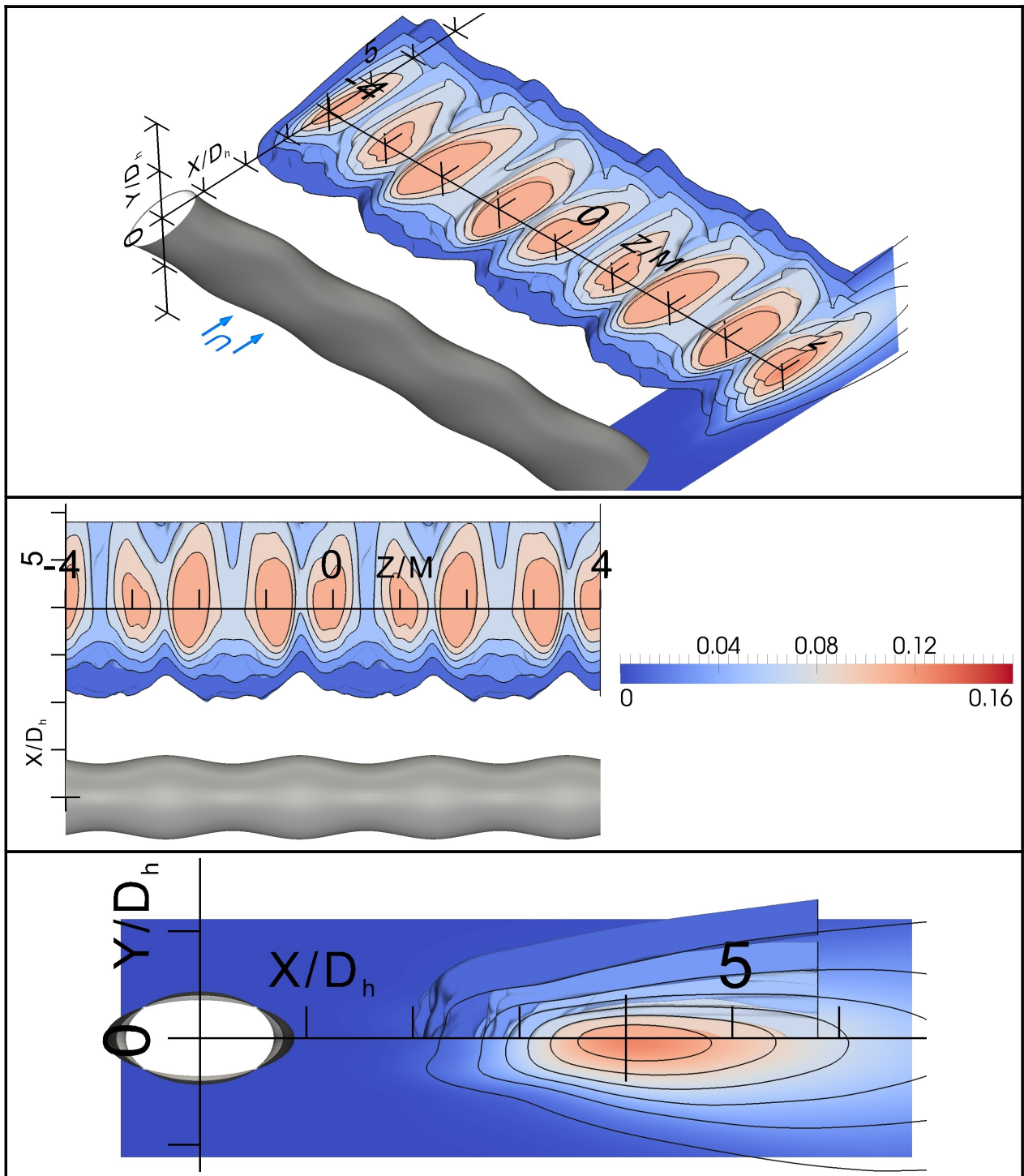


Abb. 4.37 Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{(u'_2 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der planaren Vibrisse (Isoflächen $\overline{(u'_2 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.01, +0.03, +0.05, +0.07, +0.09, +0.11)$)

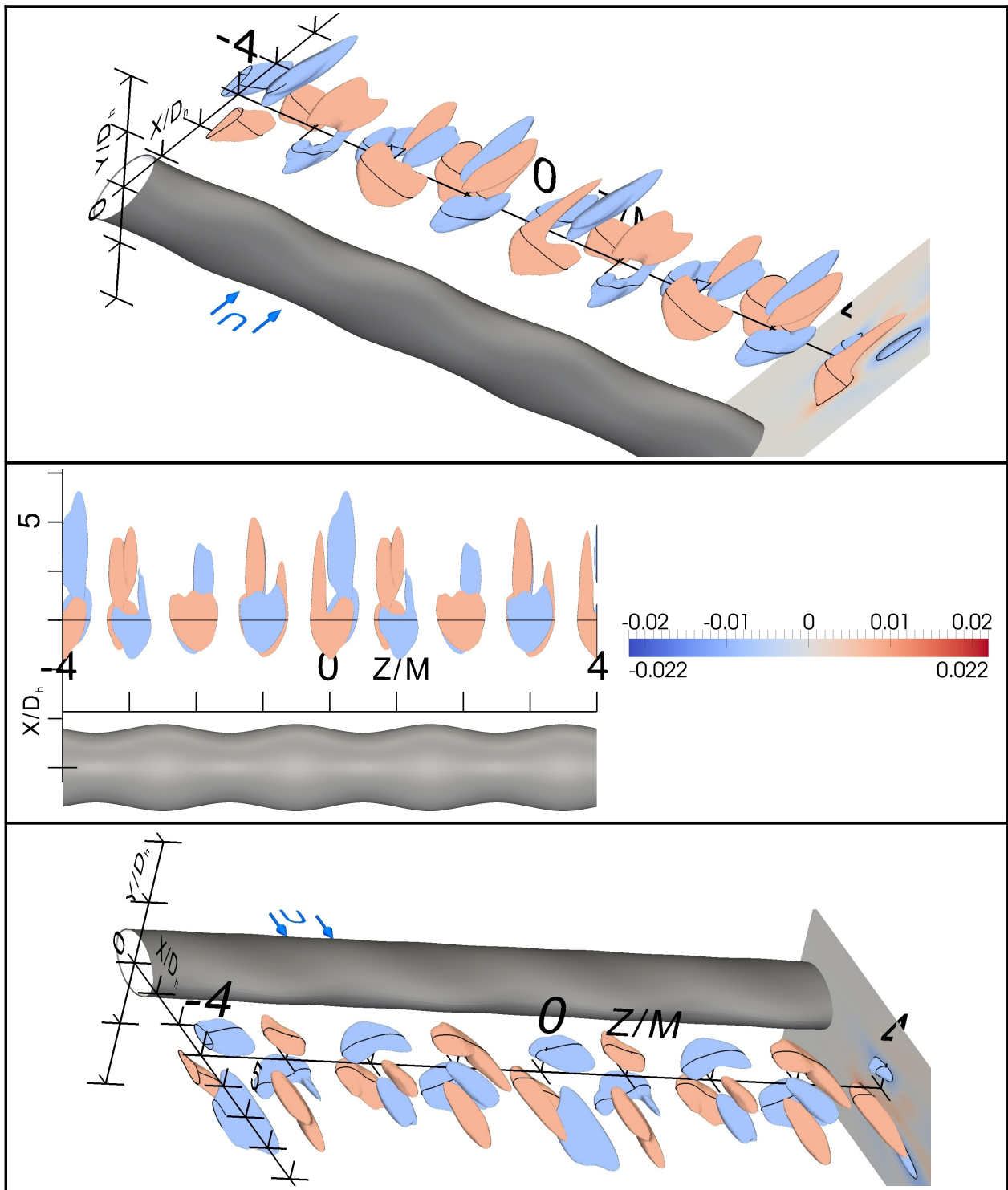


Abb. 4.38.a Erläuterung unten

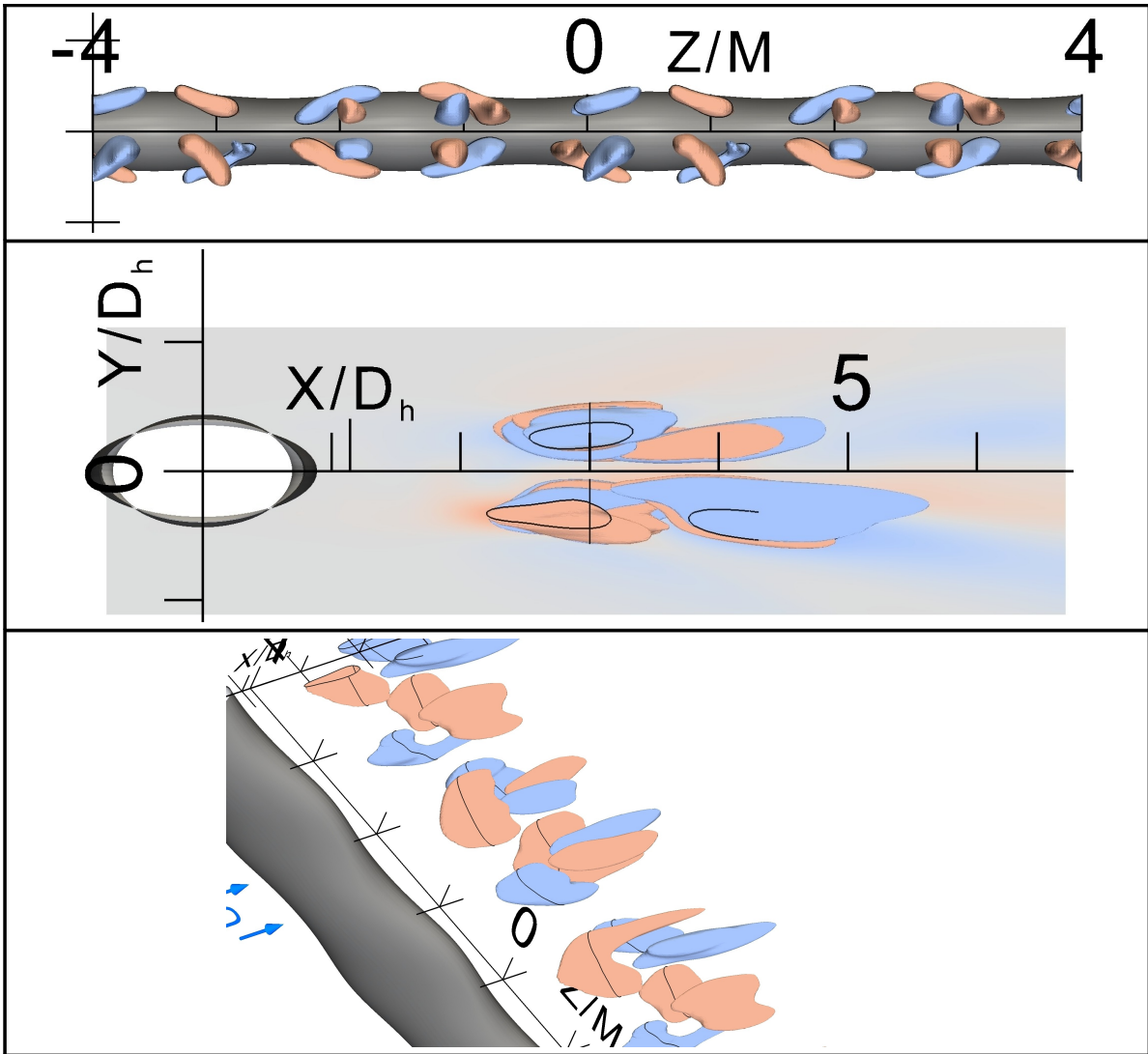


Abb. 4.38.b Komponente der Reynoldsspannungen $(\overline{u'_2 \cdot u'_3}) \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der planaren Vibrisse (Isoflächen $(\overline{u'_2 \cdot u'_3}) \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.01)$)

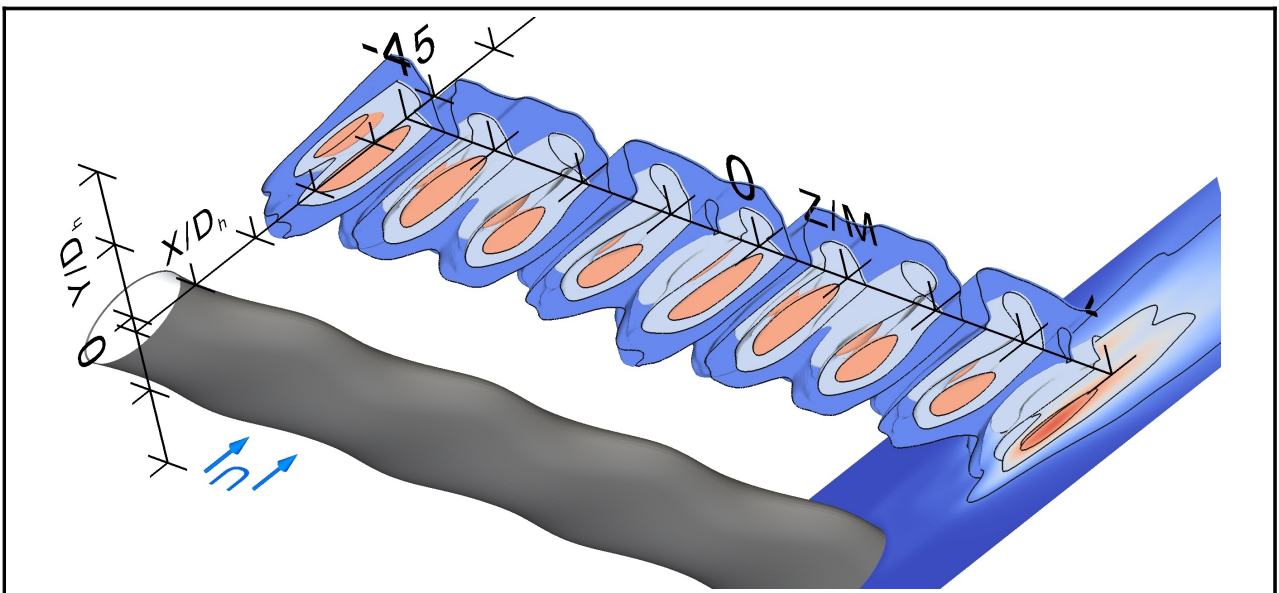


Abb. 4.39.a Erläuterung unten

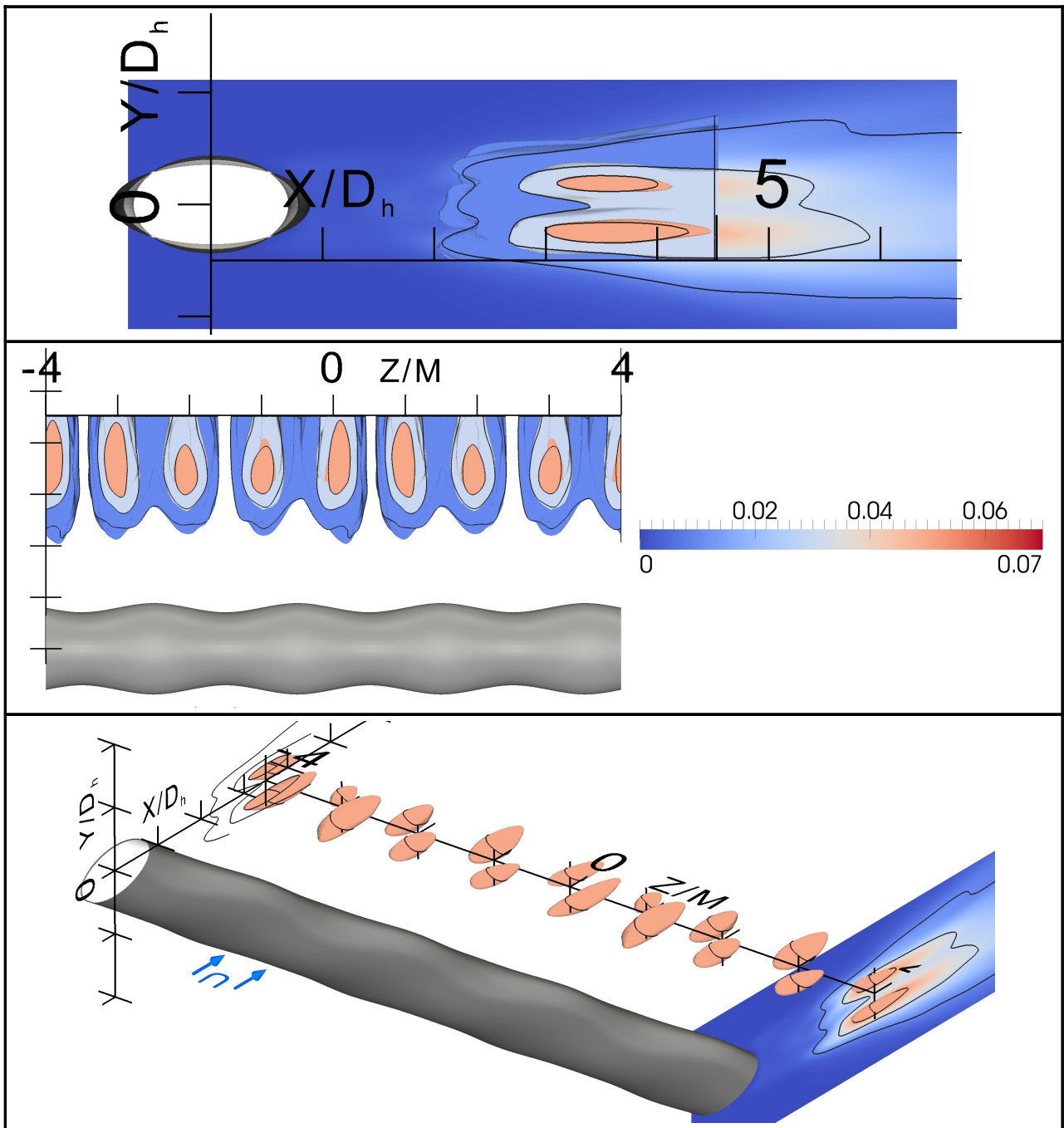


Abb. 4.39.b Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{(u'_3 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der planaren Vortex (Isoflächen $\overline{(u'_3 \cdot u'_3)} \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.01, \pm 0.03, \pm 0.05)$)

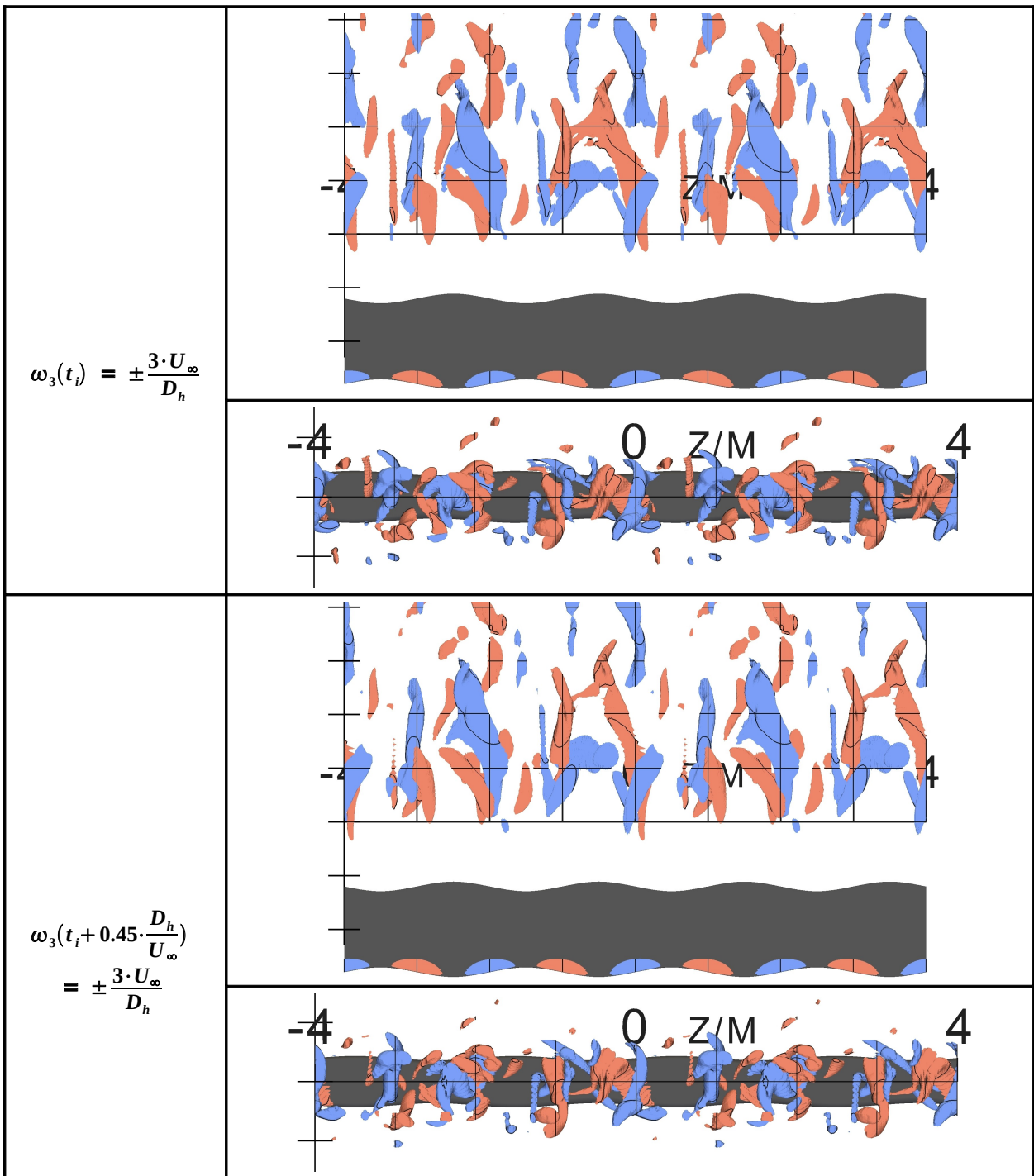


Abb. 4.40 Isoflächen der Wirbelstärkekomponente in Strömungsrichtung an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf der planaren Vibrisse

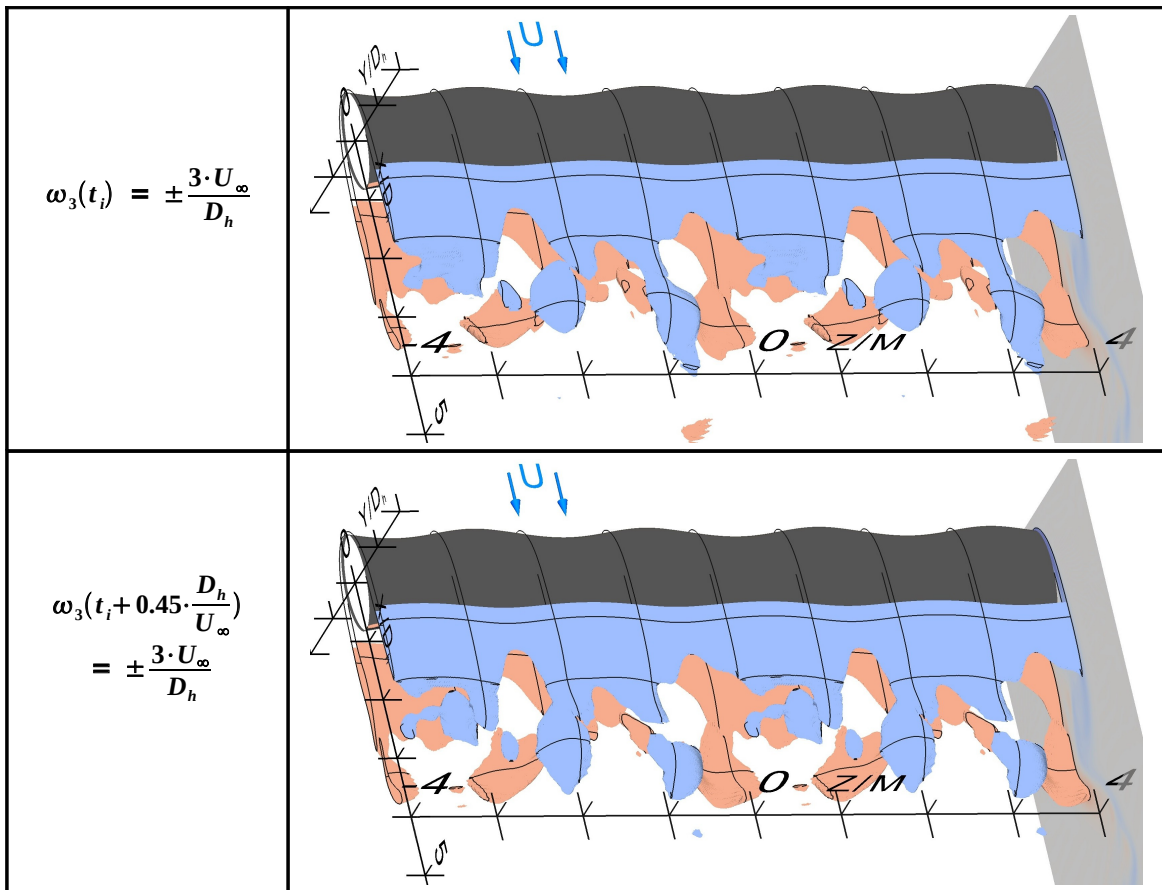


Abb. 4.41 Isoflächen der Wirbelstärkekomponente in Spannweitenrichtung an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf der planaren Vibrisse

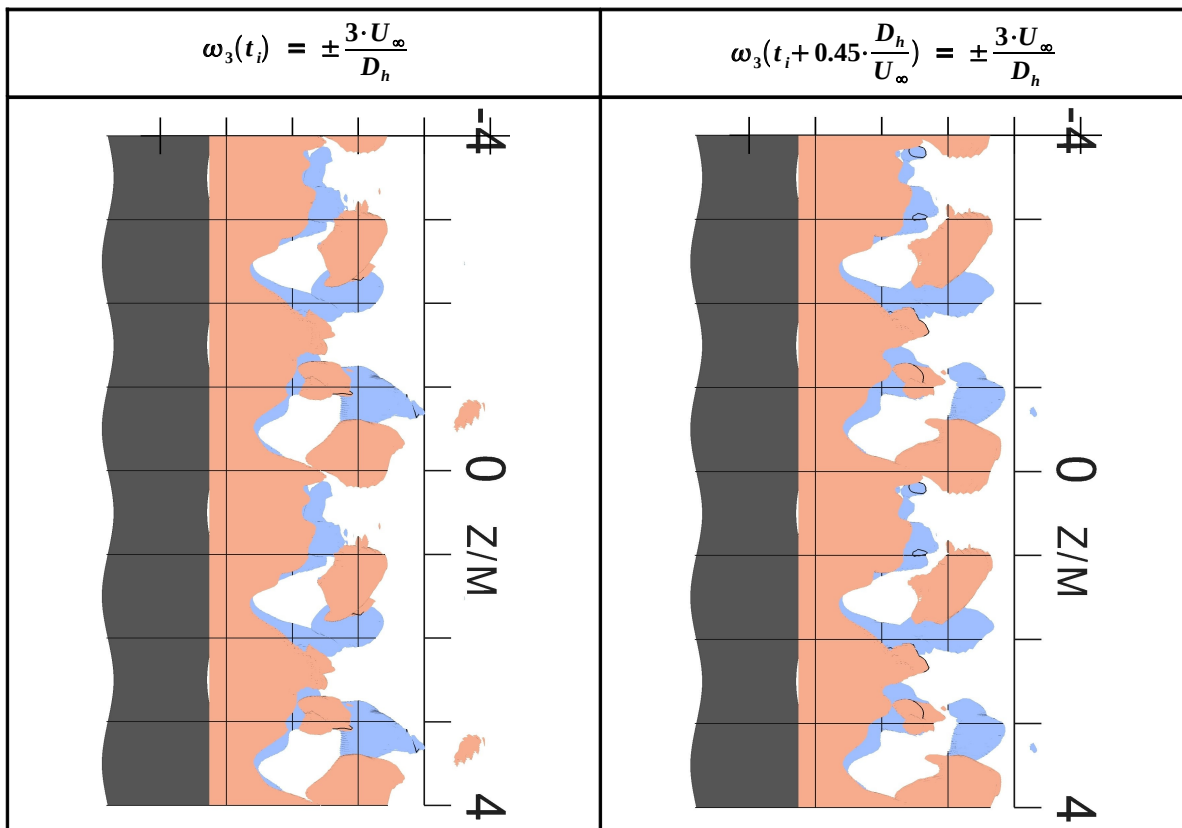


Abb. 4.42 Isoflächen der Wirbelstärkekomponente in Spannweitenrichtung an zwei instantanen Zeitschritten im Nachlauf der planaren Vibrisse

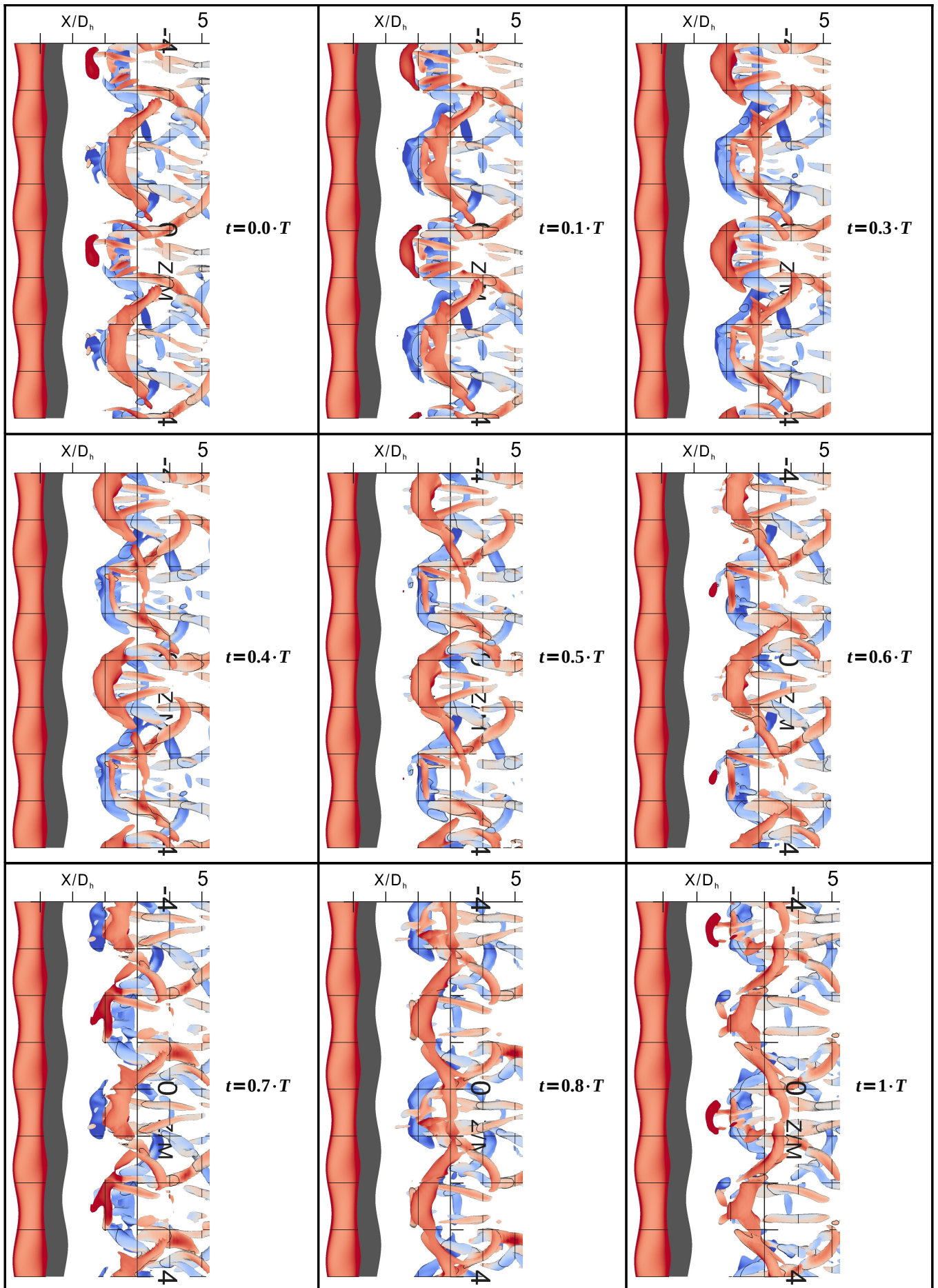


Abb. 4.43.a Erläuterung unten

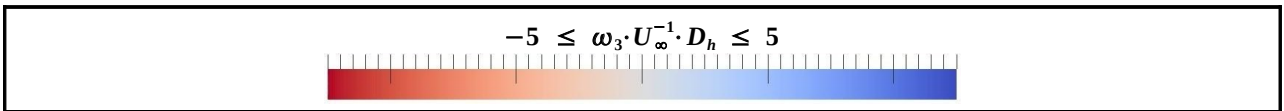


Abb. 4.43.b Isofläche des Wirbelkriteriums $Q(t) \cdot D_h^2 \cdot U_\infty^{-2} = 0.7$ einer $T = (0.218 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h)^{-1}$ Ablöseperiode (siehe Spektren unten) im Nachlauf der Vibrisse eingefärbt mit der Spanweitenkomponente der Wirbelstärke

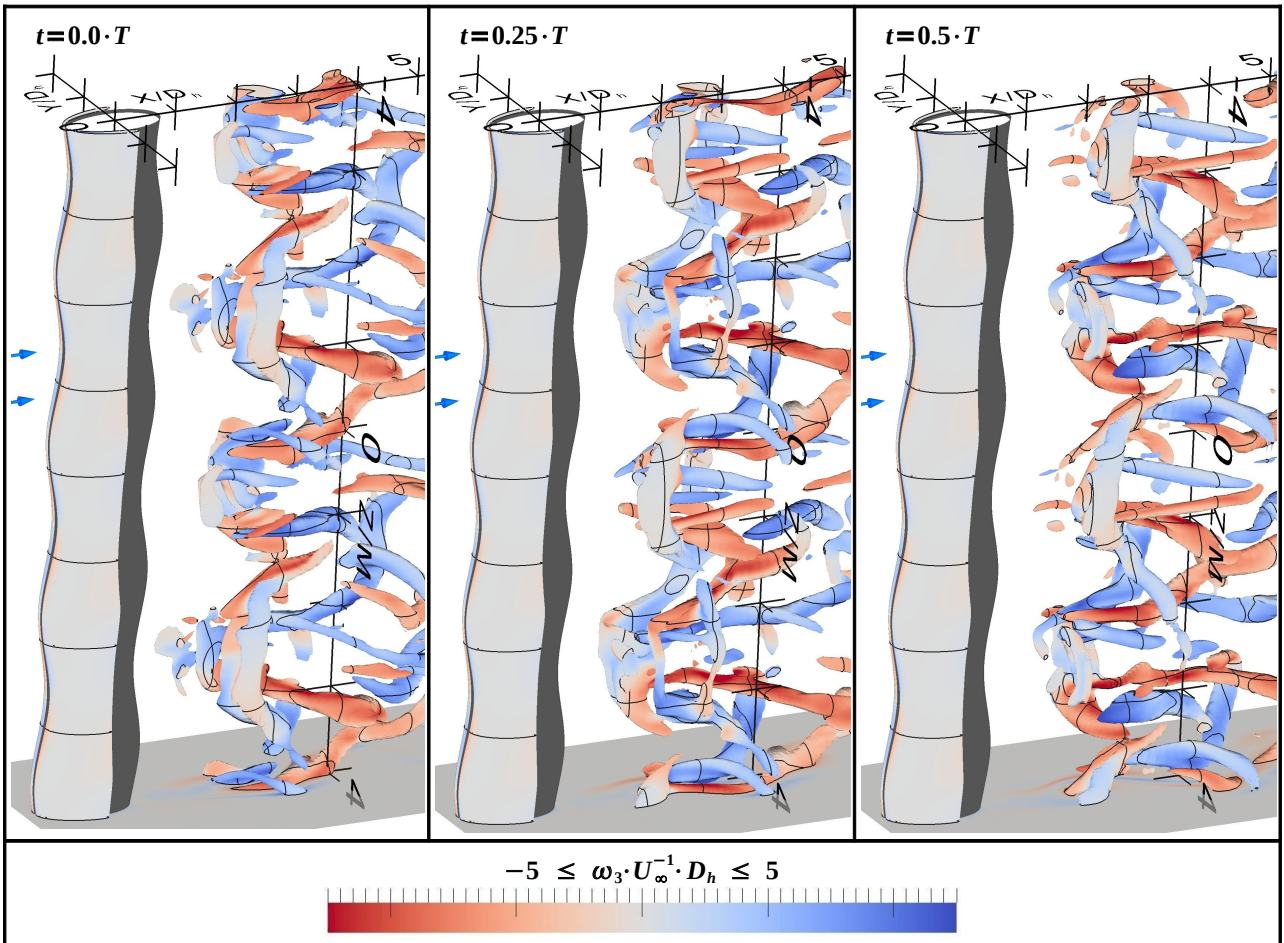


Abb. 4.44 Isofläche des Wirbelkriteriums $Q(t) \cdot D_h^2 \cdot U_\infty^{-2} = 0.7$ einer halben Ablöseperiode $T = (0.218 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h)^{-1}$ (siehe Spektren unten) im Nachlauf der Vibrisse eingefärbt mit der Wirbelstärkekomponente Strömungsrichtung

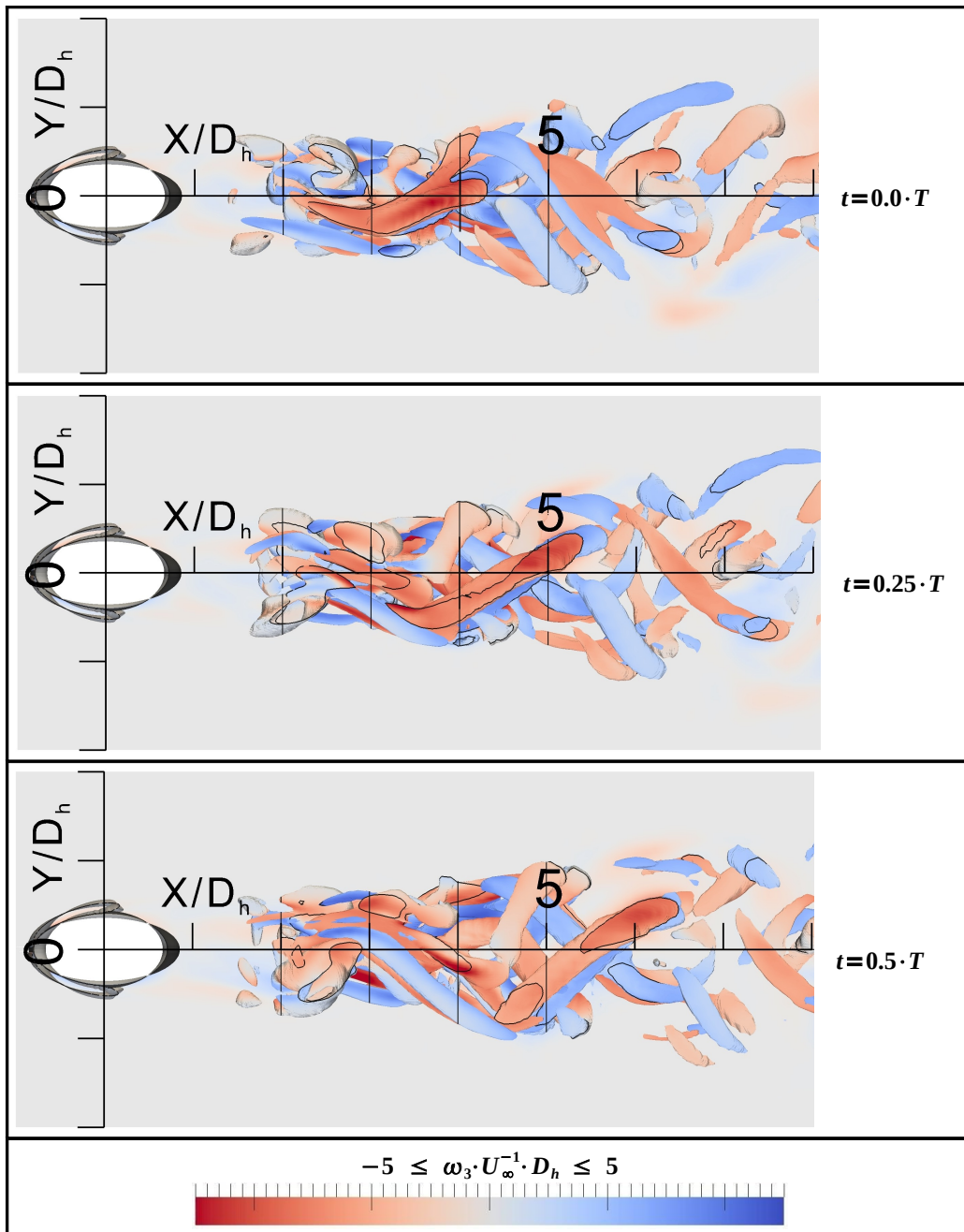


Abb. 4.45 Isofläche des Wirbelkriteriums $Q(t) \cdot D_h^2 \cdot U_\infty^{-2} = 0.7$ einer halben Ablöseperiode $T = (0.218 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h)^{-1}$ (siehe Spektren unten) im Nachlauf der Vibrisse eingefärbt mit der Wirbelstärkekomponente Strömungsrichtung

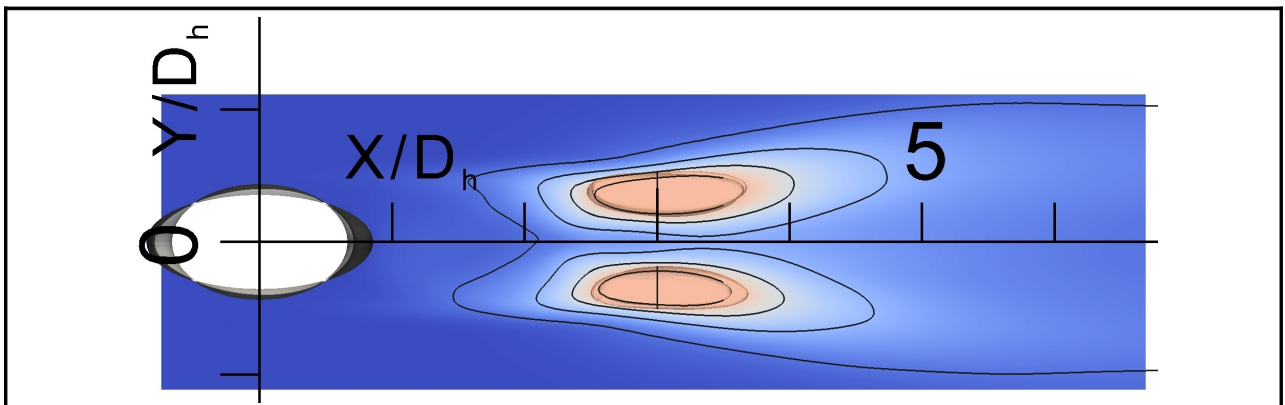


Abb. 4.46.a Erläuterung unten

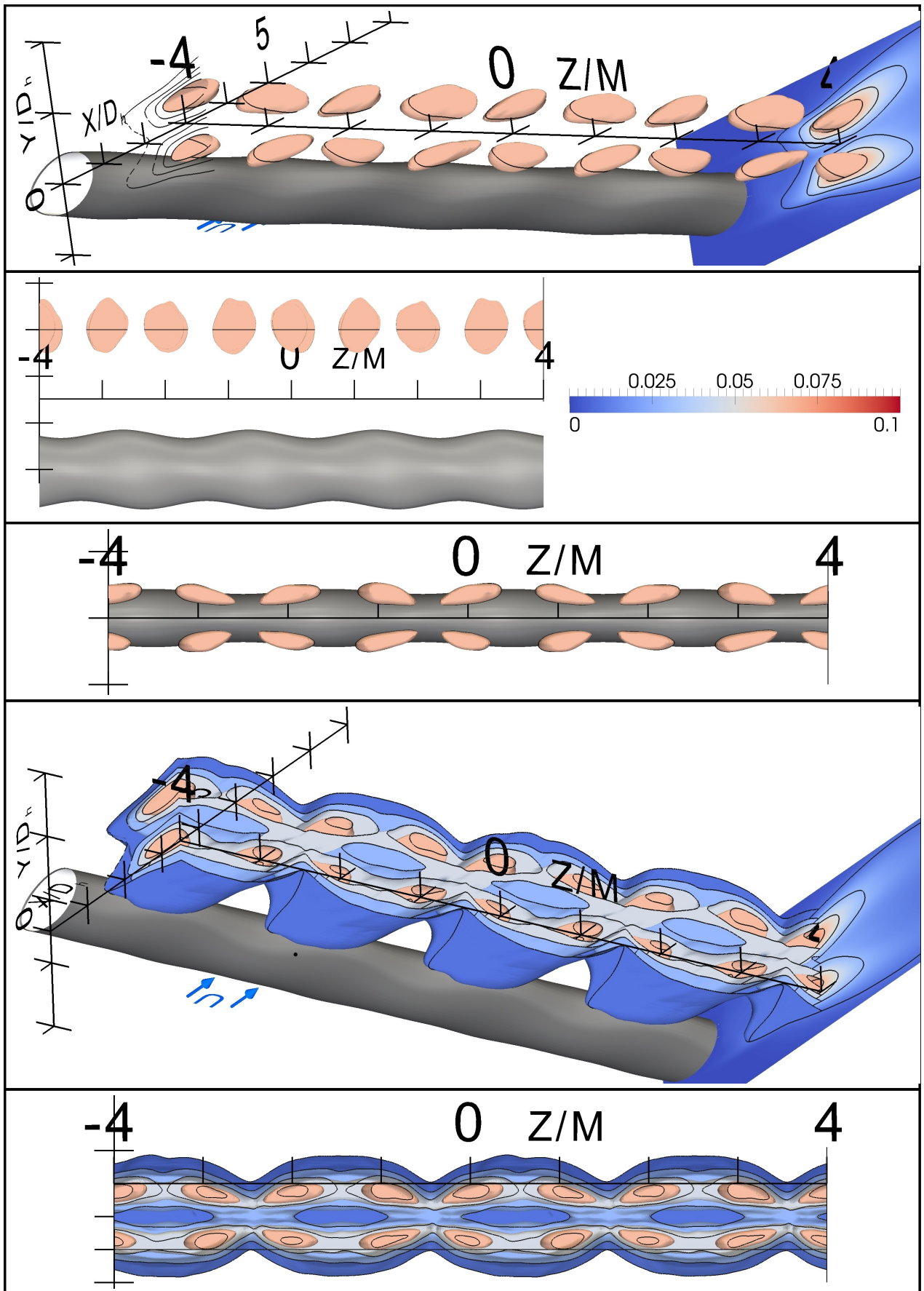


Abb. 4.46.b Komponente der Reynoldsspannungen $(u'_1 \cdot u'_1) \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der Vibrisse
 (Isoflächen $(u'_1 \cdot u'_1) \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.01, +0.03, +0.05, +0.07)$)

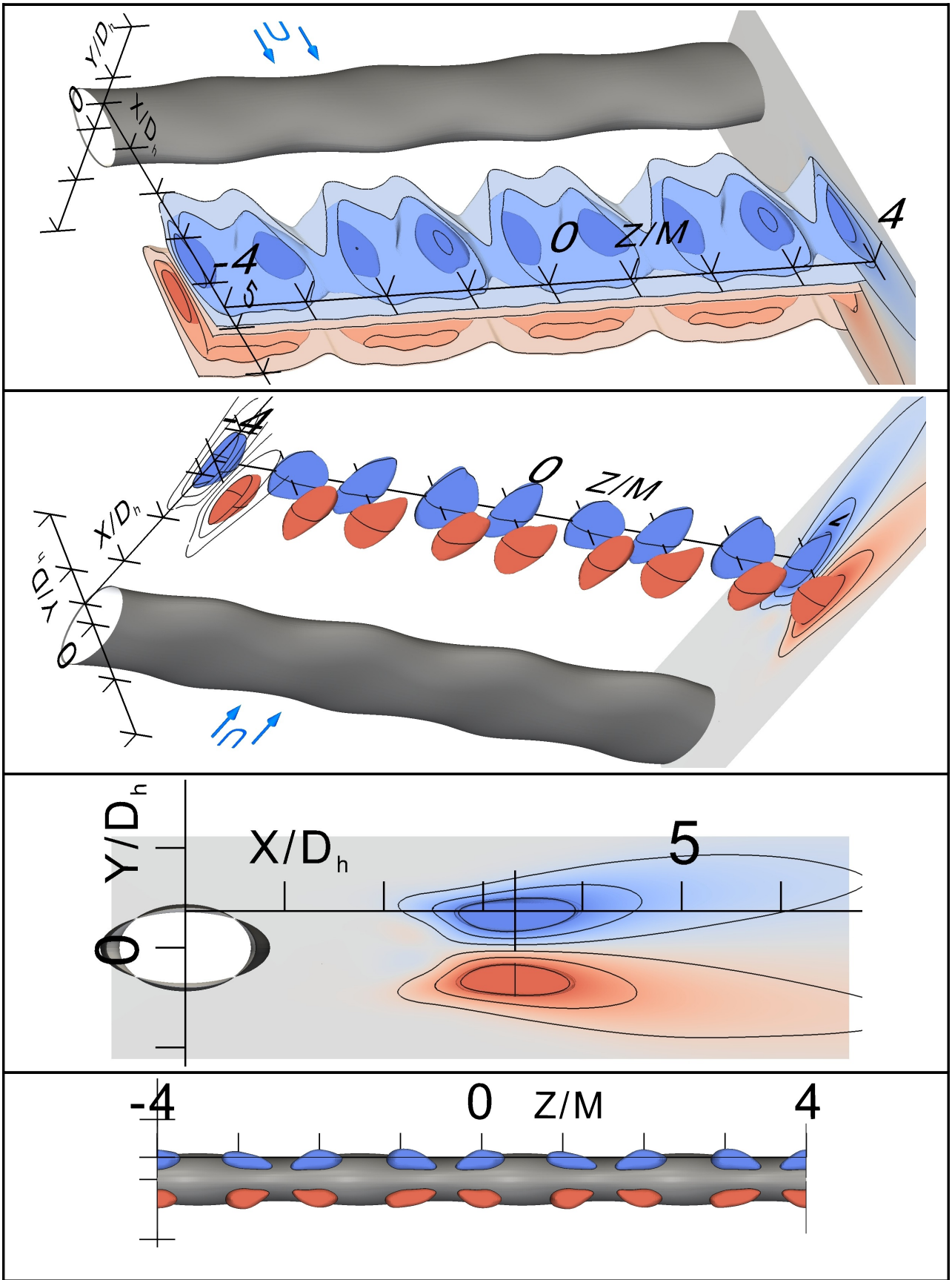


Abb. 4.47.a Erläuterung unten

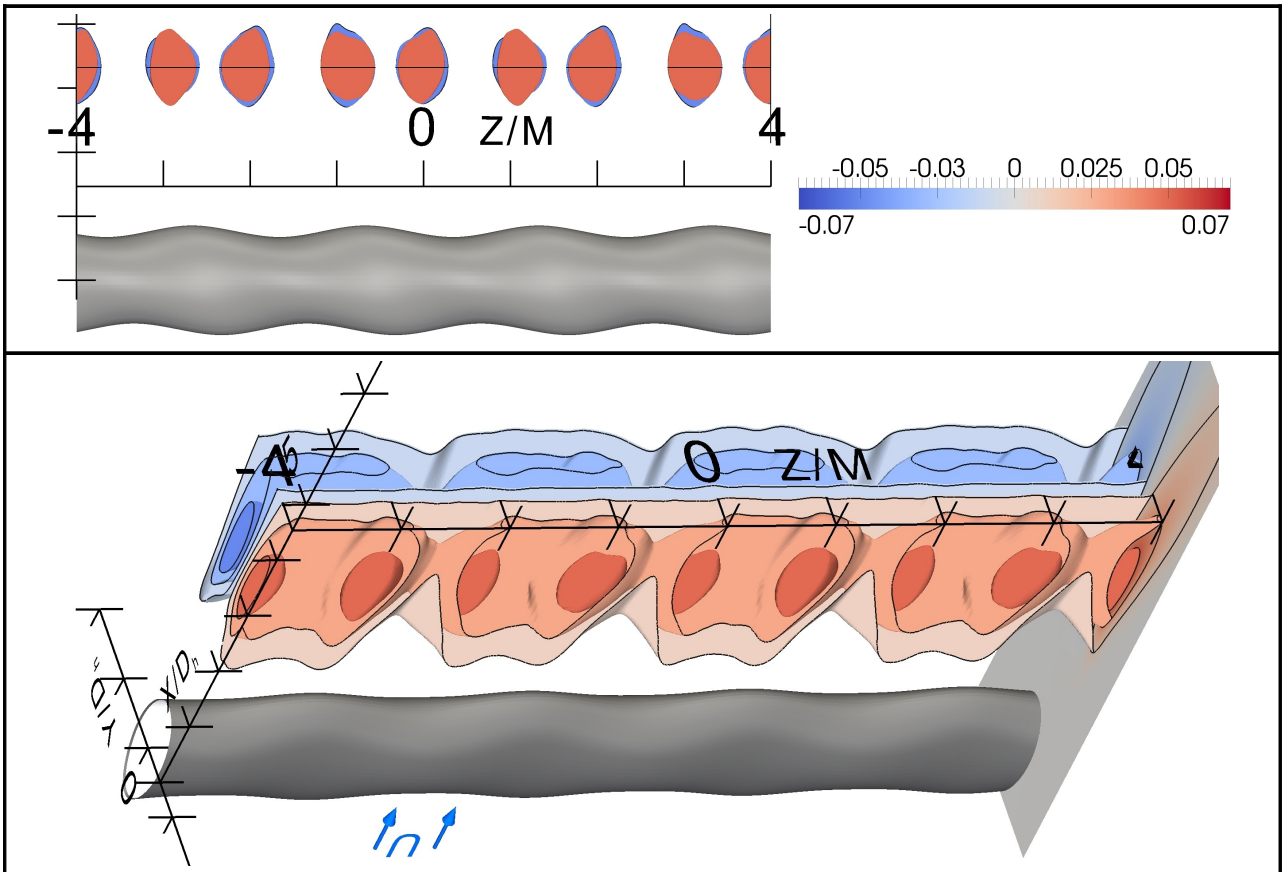


Abb. 4.47.b Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{(u'_1 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der Vibrisse
 (Isoflächen $\overline{(u'_1 \cdot u'_2)} \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.01, \pm 0.03, \pm 0.05)$)

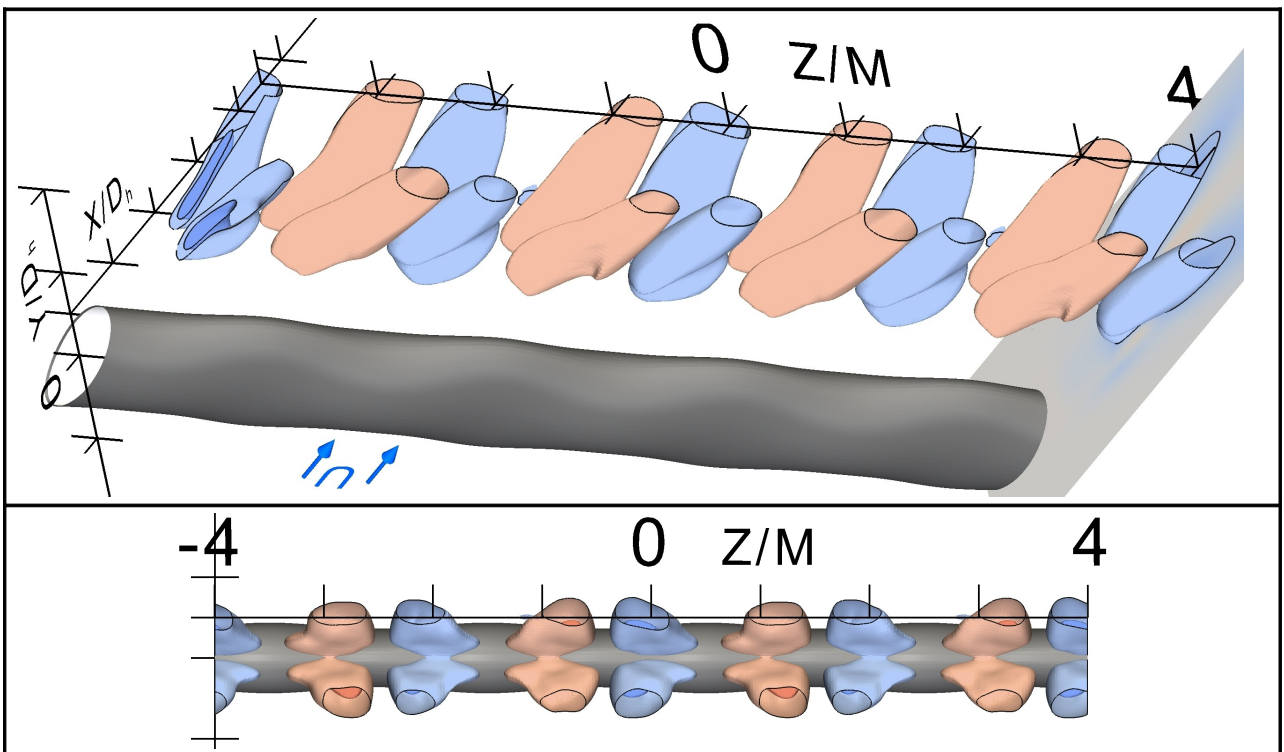


Abb. 4.48.a Erläuterung unten

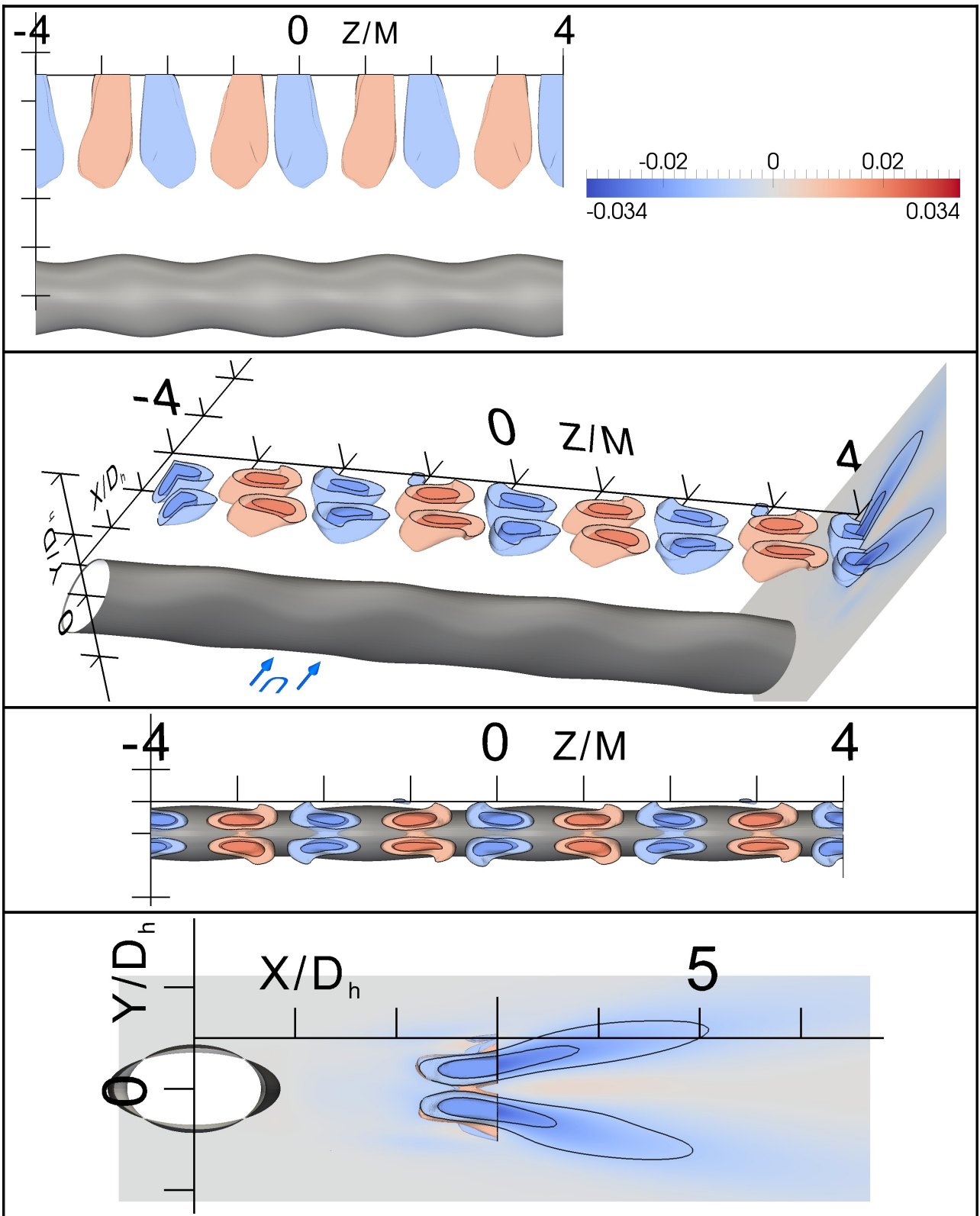


Abb. 4.48.b Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{u'_1 \cdot u'_3} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der Vibrisse
 (Isoflächen $\overline{u'_1 \cdot u'_3} \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.01, \pm 0.02)$)

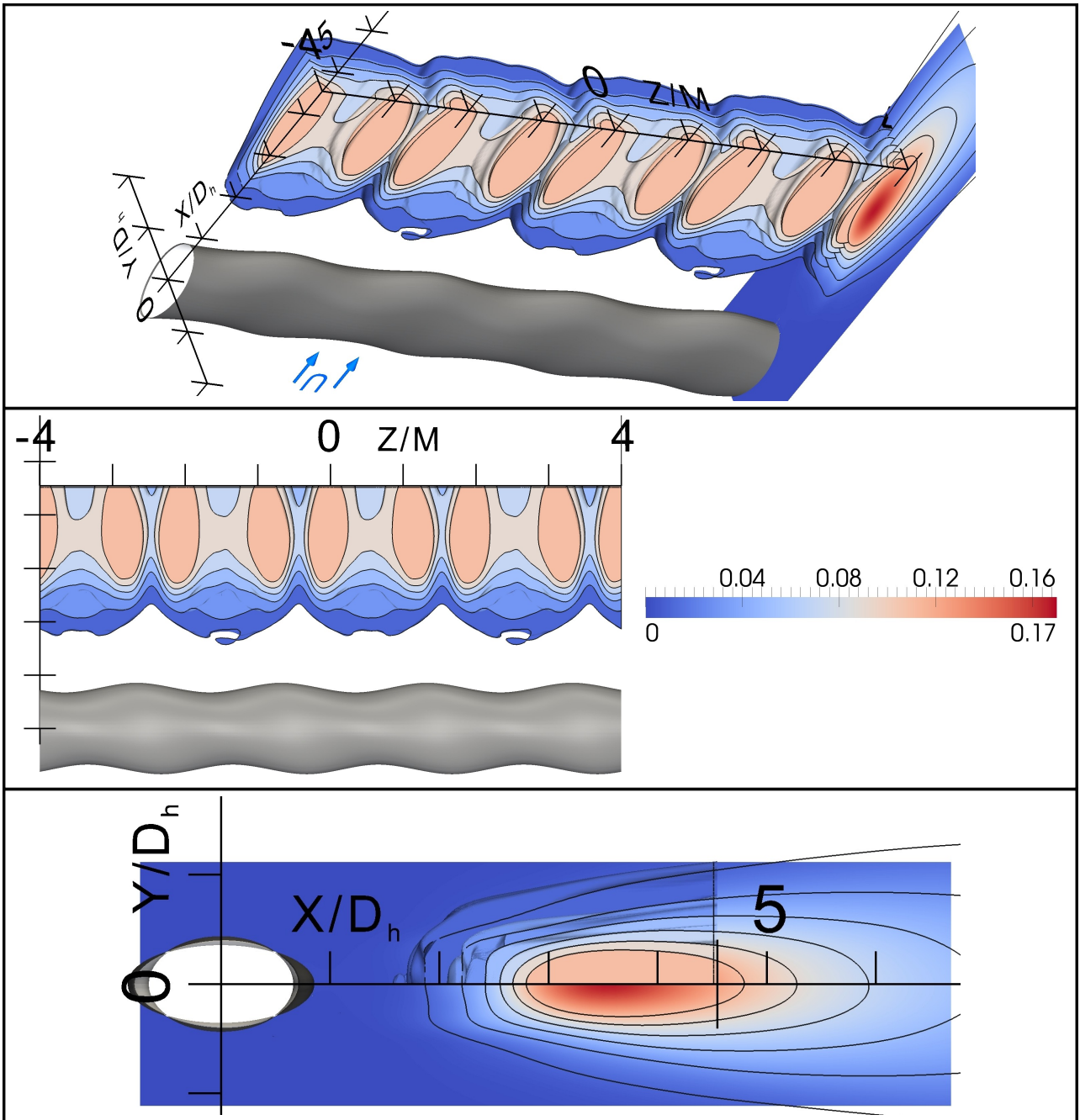


Abb. 4.49 Komponente der Reynoldsspannungen $(\overline{u'_2 \cdot u'_2}) \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der Vibrisse (Isoflächen $(\overline{u'_2 \cdot u'_2}) \cdot U_\infty^{-2} \in (+0.01, +0.03, +0.05, +0.07, +0.09, +0.11)$)

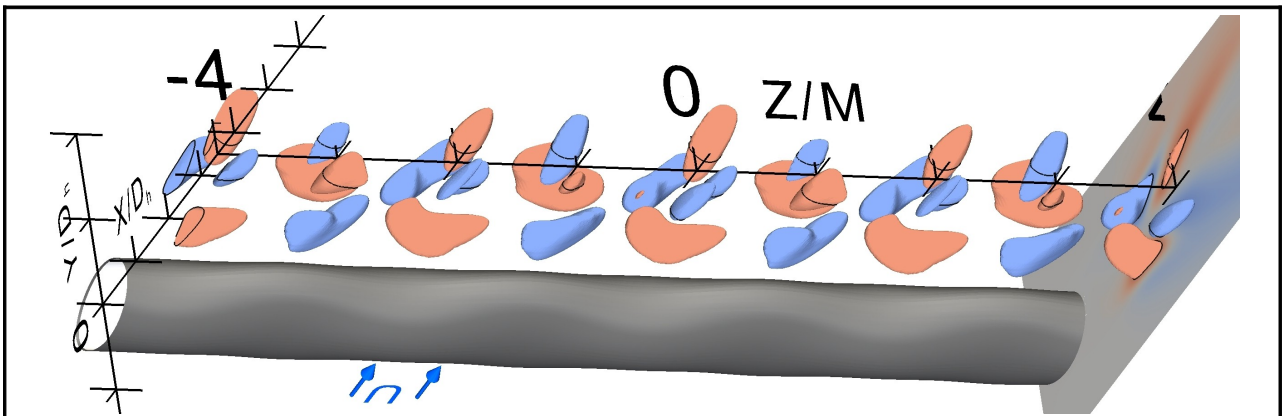


Abb. 4.50.a Erläuterung unten

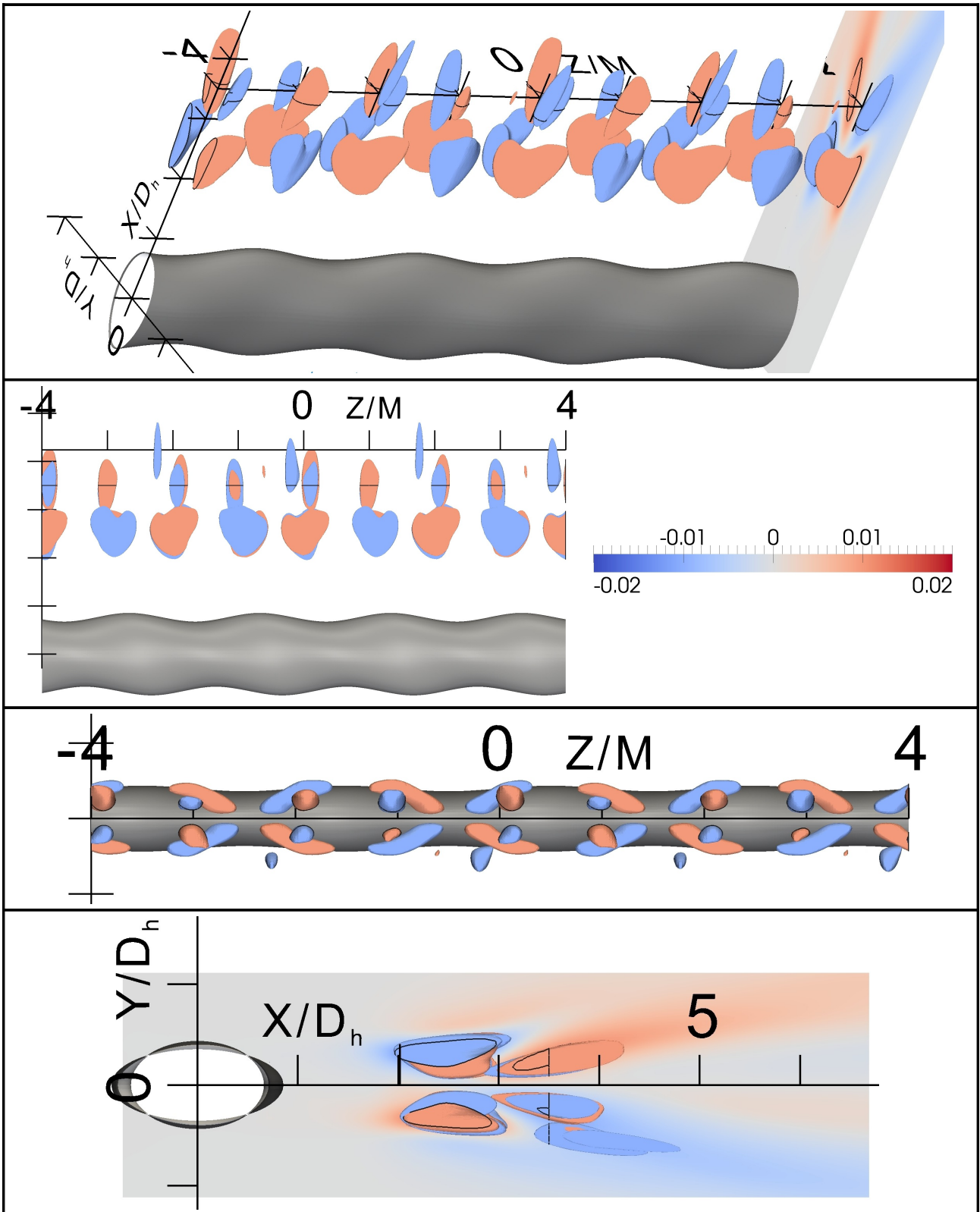


Abb. 4.50.b Komponente der Reynoldsspannungen $(u'_2 \cdot u'_3) \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der Vibrisse
 (Isoflächen $(u'_2 \cdot u'_3) \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.01)$)

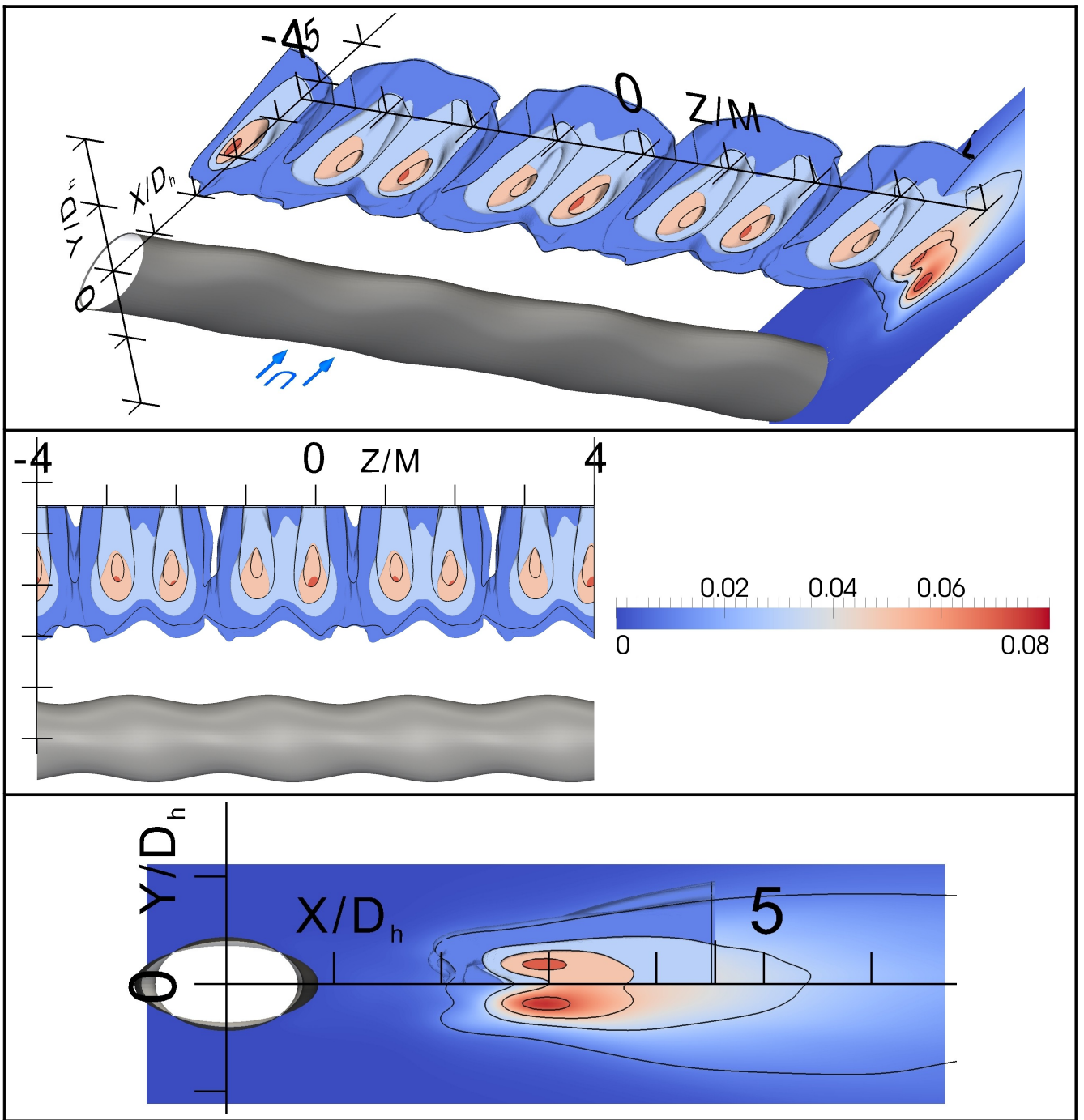


Abb. 4.51 Komponente der Reynoldsspannungen $\overline{u'_3 \cdot u'_3} \cdot U_\infty^{-2}$ im Nachlauf der Vibrisse (Isoflächen $\overline{u'_3 \cdot u'_3} \cdot U_\infty^{-2} \in (\pm 0.01, \pm 0.03, \pm 0.05, \pm 0.07)$)

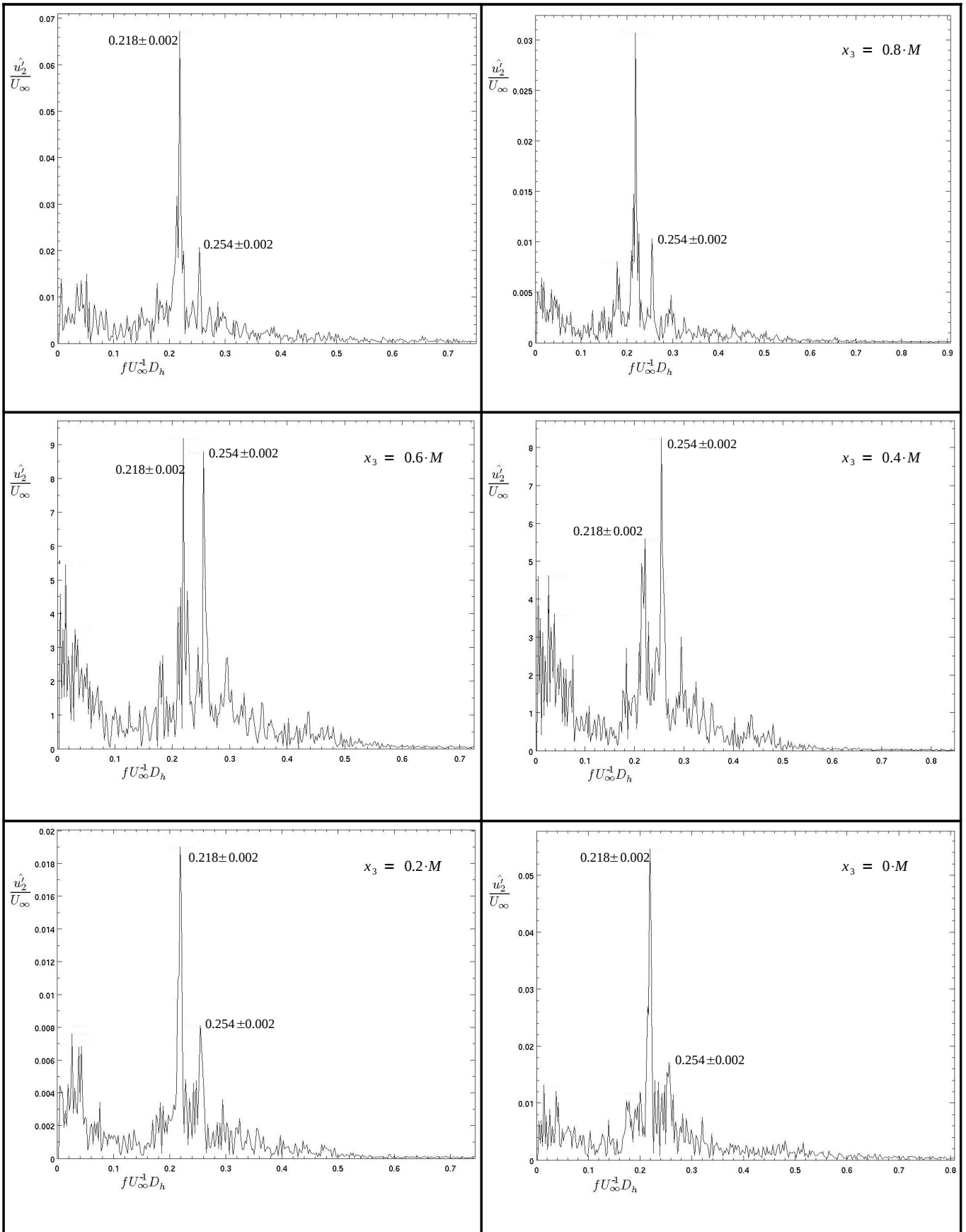


Abb. 4.52.a Erläuterung unten

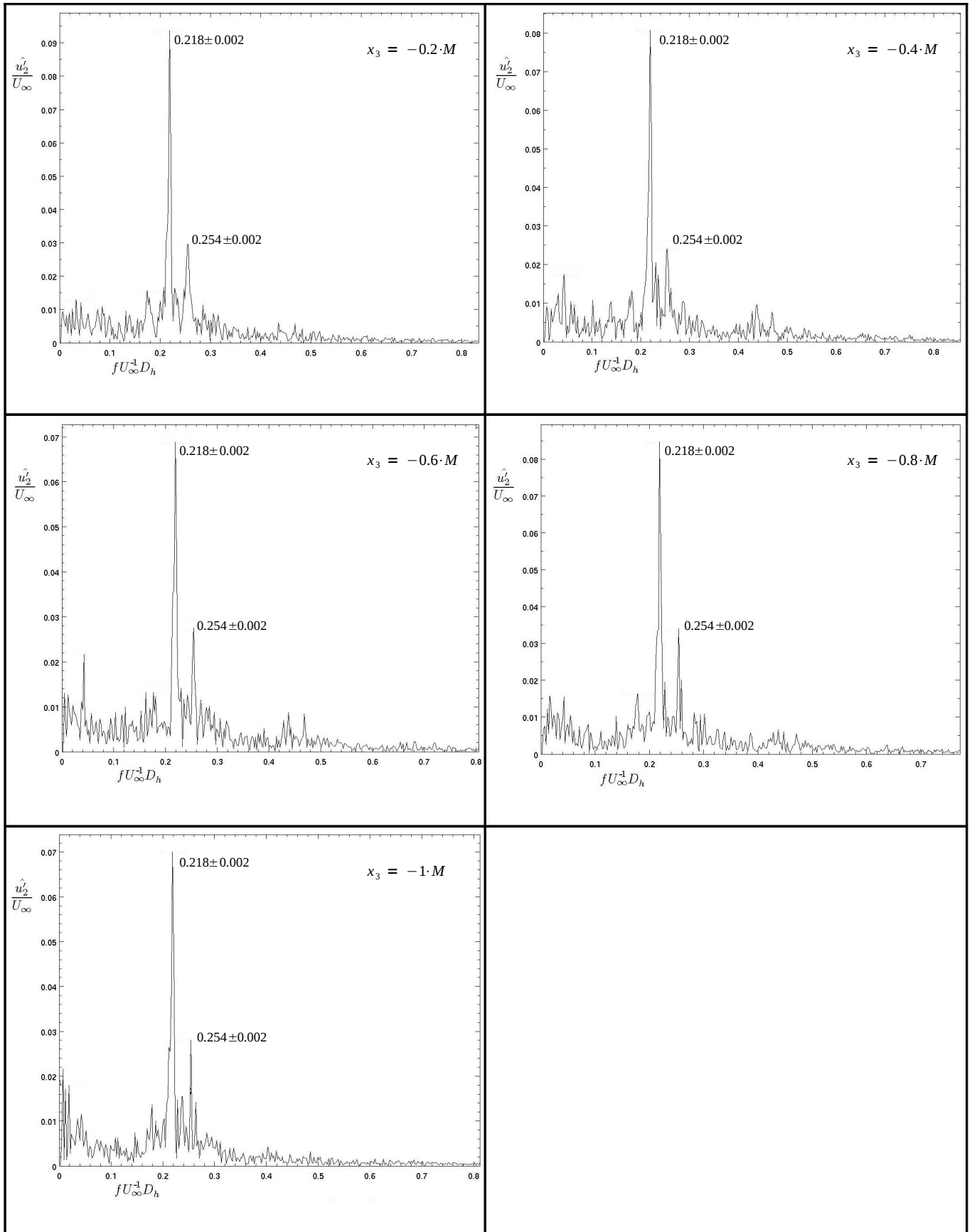


Abb. 4.52.b Amplitudenspektrum der Schwankungen der Geschwindigkeitskomponente quer zur Richtung der Anströmung $\hat{u}_2'(x_\alpha, f) \cdot U_\infty^{-1}$ im Nachlauf der Vibrisse an 11 Punkten mit konstanten Korrdinaten $x_1 = 2 \cdot D_h$ und $x_2 = 0.5 \cdot D_h$ gleichmässig verteilt in Spannweitenrichtung x_3 über ein Modulationsperiode $2 \cdot M$

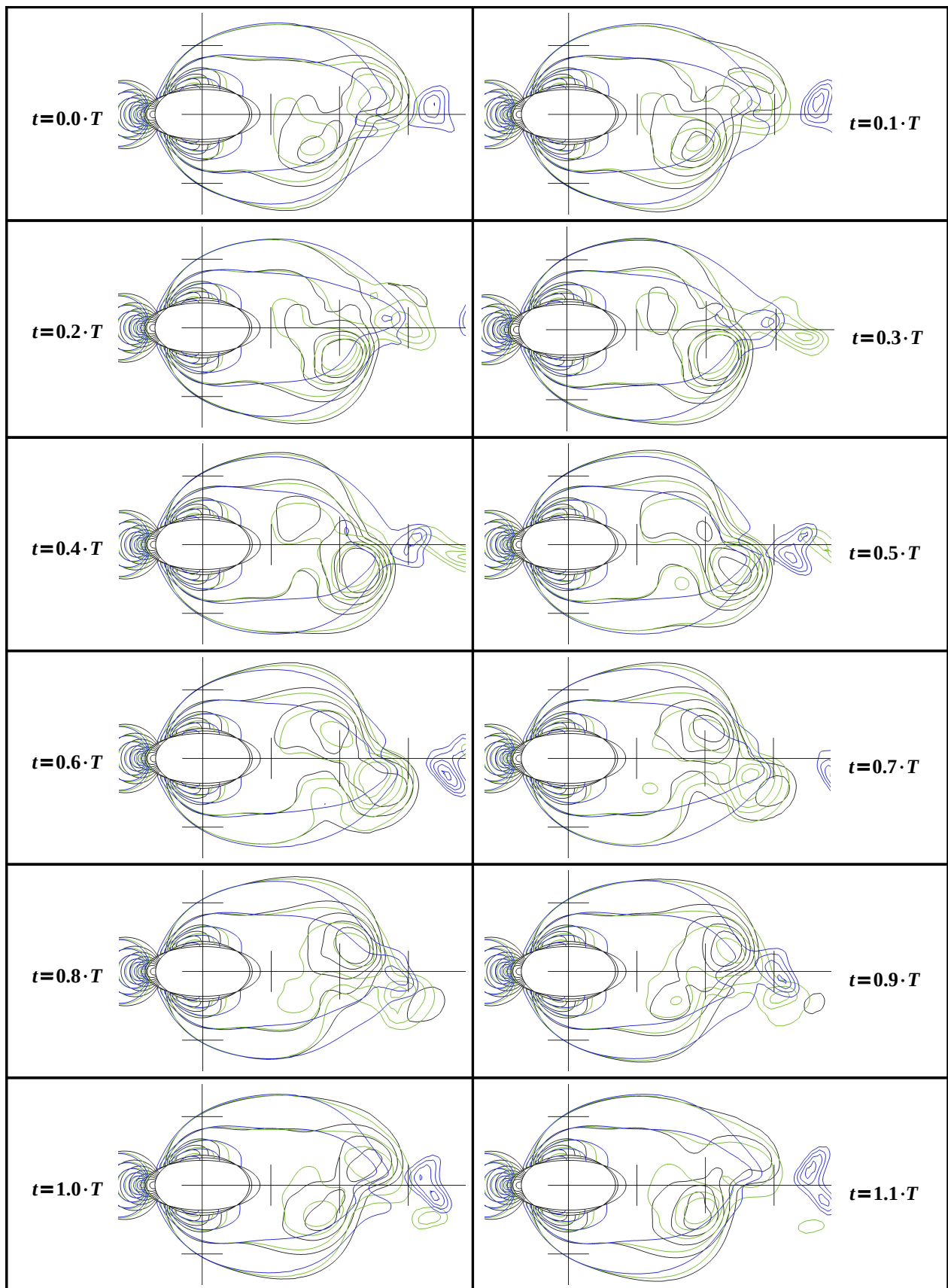


Abb. 4.53 Druckbeiwert C_p im Vibrissennachlauf einer Ablöseperiode $T=(0.218 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h)^{-1}$ in 3 spannweiten Ebenen über einen Modulationsabstand M : die Ebenen der Vibrissenellipsen und mittig (siehe Ansichtsabbildung unten) (Isolinien: $C_p \in (\pm 0.3, \pm 0.4, \pm 0.5, \pm 0.6, \pm 0.7, +0.8, +0.9, +1)$)

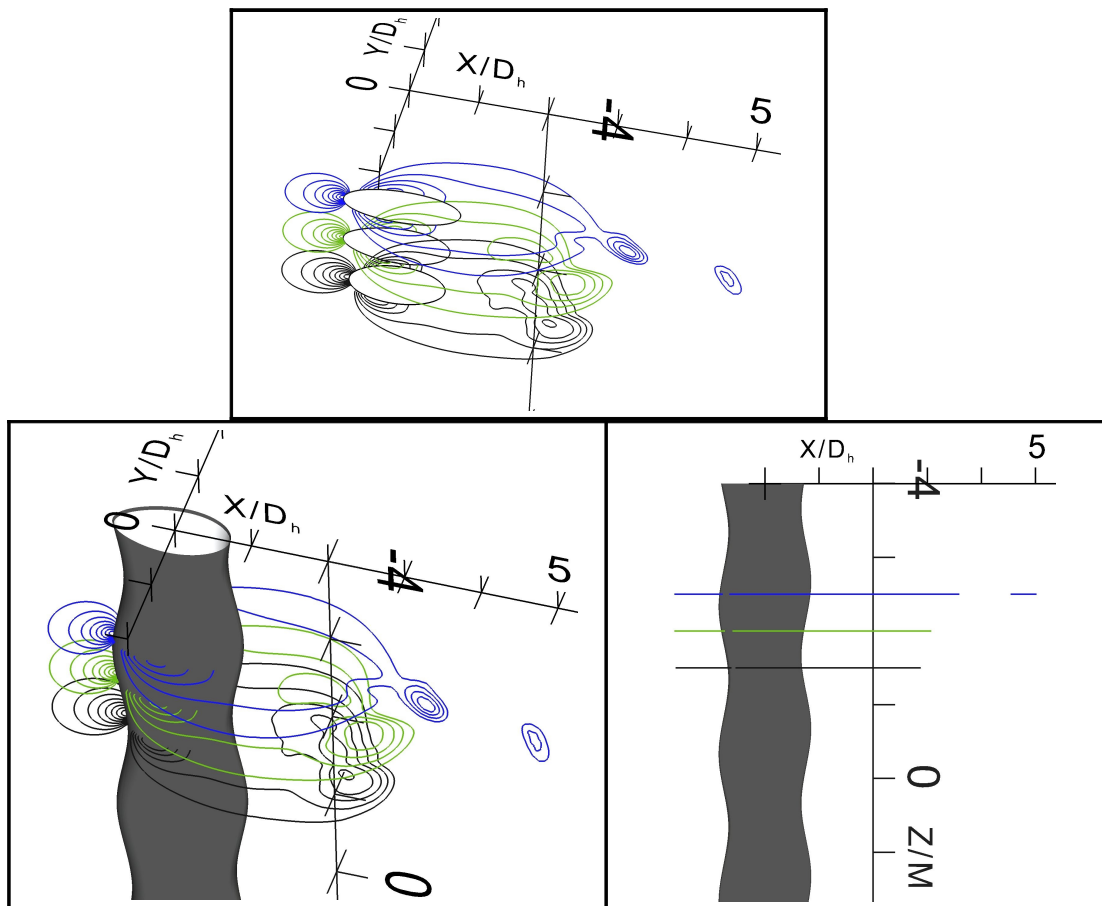


Abb. 4.54 Ansichtensabbildung als Erklärungshilfe der vorhergehenden Abbildung

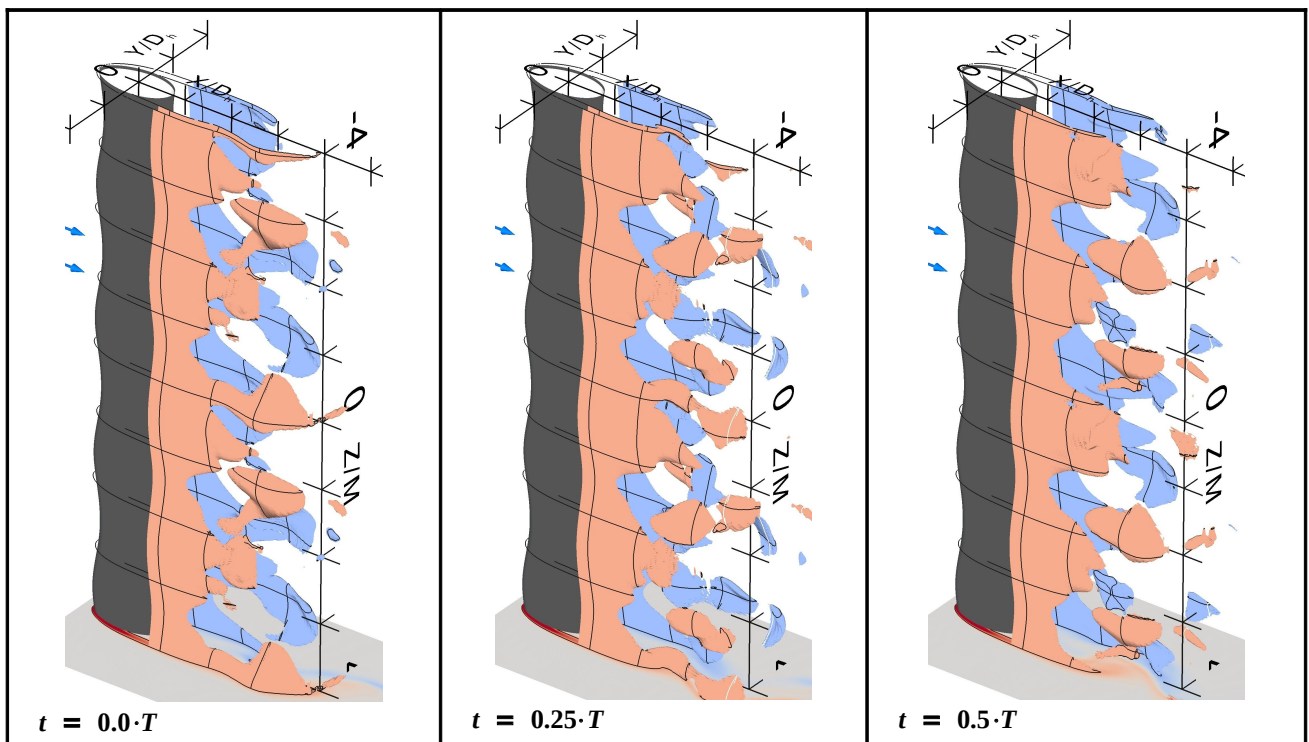


Abb. 4.55 Isofläche der Wirbelstärkekomponente $\omega_3(t) \cdot D_h \cdot U_\infty^{-1} = \pm 4$ einer halben Ablöseperiode $T = (0.218 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h)^{-1}$ (siehe Spektren oben) im Nachlauf der Vibrisse

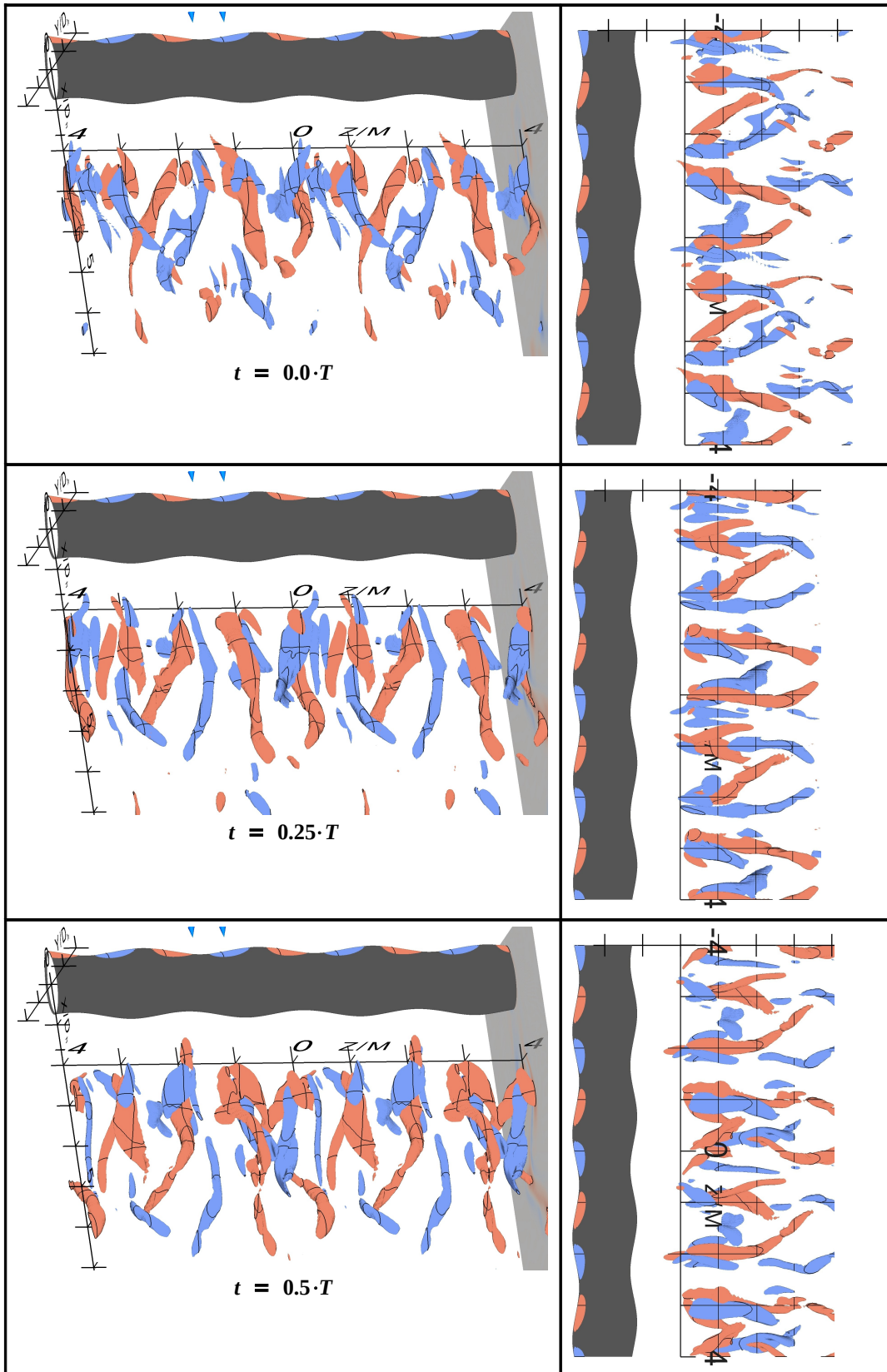


Abb. 4.56 Isofläche der Wirbelstärkekomponente $\omega_1(t) \cdot D_h \cdot U_\infty^{-1} = \pm 3$ einer halben Ablöseperiode $T = (0.218 \cdot U_\infty^{-1} \cdot D_h)^{-1}$ (siehe Spektren oben) im Nachlauf der Vibrisse

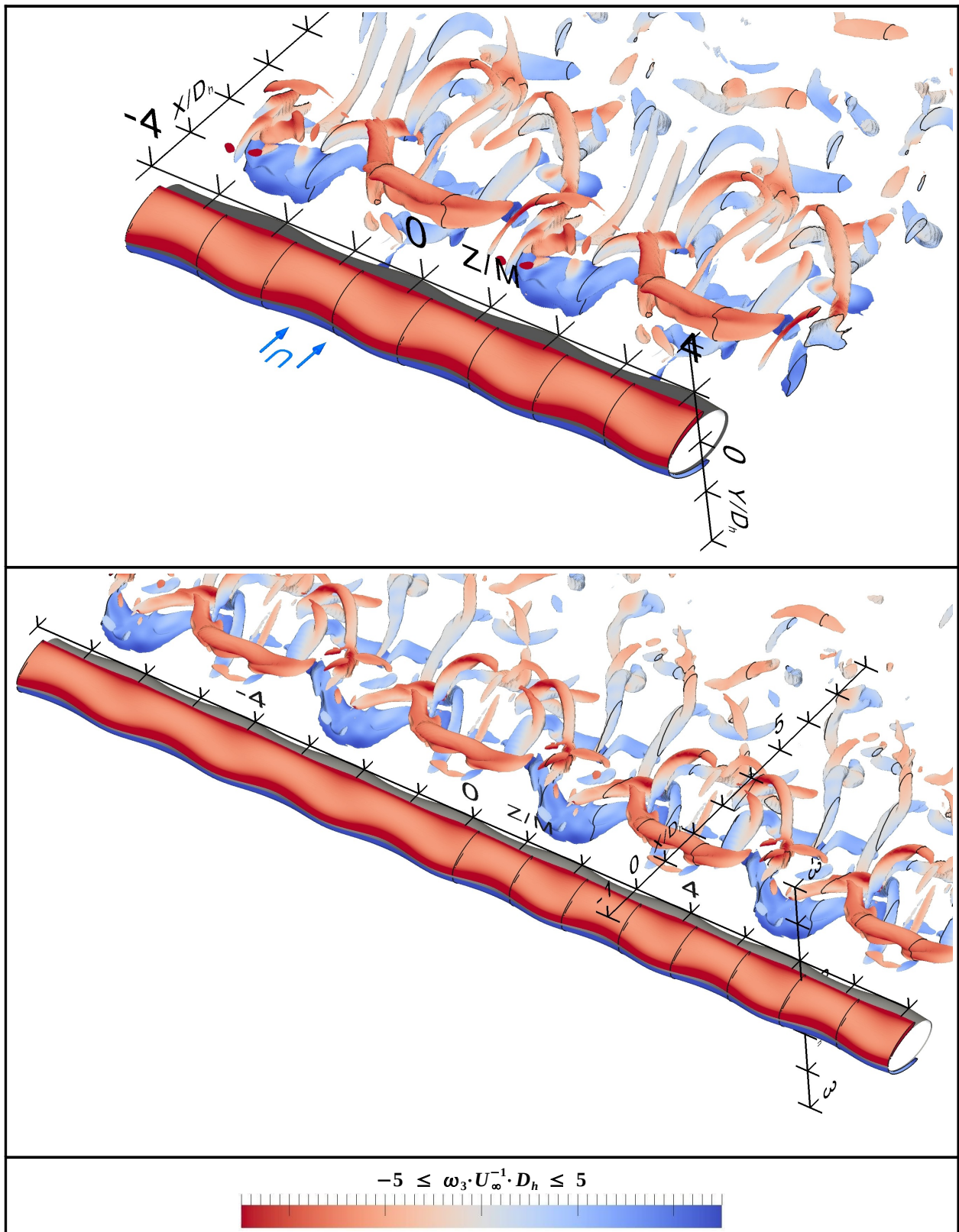


Abb. 4.57 Vergleich der numerischen Vibrissenberechnung mit $-2 \cdot M \leq x_3 \leq 2 \cdot M$ (oben) Spannweite des Rechengebietes mit der Berechnung mit $-4 \cdot M \leq x_3 \leq 4 \cdot M$ Spannweite (unten)
 Darstellungen: Isofläche des Wirbelkriteriums $Q(t) \cdot D_h^2 \cdot U_\infty^{-2} = 0.7$ eines instantanen Zeitschrittes im Nachlauf der Vibrissen eingefärbt mit der Spannweitenkomponente der Wirbelstärke

5. Zusammenfassung und Ausblick

Die in der Auswertung häufig benutzte Tabelle 5.1 ist bezeichnend für die Veränderungen der Nachlaufstrukturen durch die untersuchten evolutionären Geometrieformationen. Sie zeigt mit der bekannten Zylinderumströmung in der ersten Spalte die Basis der Interpretationen. Die relativ verständlichen primären und sekundären Wirbelstrukturen des B – Mode formieren die Extremwerte dieser Spalte. Die elliptische Grundform weist auf eine deutliche Schwächung der Nachlaufstrukturen hin. Dieses Ereignis ist durch das schmalere Nachlaufgebiet begleitet von einer kürzeren Ablöseperiode. Die Reynoldsspannungen definieren klar den Anstieg der Dreidimensionalität der Strömung in den Nachlaufstrukturen einer modulierten Geometrie. Diese Ergebnisse superpositioniert mit einer Variation der Halbachsenverhältnis erzeugen in den Vibrissengeometrien ebenfalls die Strömungseigenschaften der vorher gehenden Geometrien. Dazu interferieren die Strömungseigenschaften noch zu Speziellen, Vibrissen eigenen, Phänomenen. Den primären Scherschichten gelingt nur ein schwaches und örtlich begrenztes Aufrollen zu energiereichen Wirbeln in Spannweitenrichtung. Das gesamte Produktionsgebiet der Wirbelstrukturen der Vibrissen rückt mit Bezug zur Zylinderumströmung bis zu $x_1 = 4 \cdot D_h$ stromab. Die Wirbelstrukturen treten zwischen benachbarten Modulationsperioden mit einer Phasenverschiebung $\Delta\phi = \pi$ auf. Diese Eigenschaften lassen die Strömung um die Vibrissengeometrie jeglichen dynamischen Kräfteinfluss auf die Oberfläche verlieren.

$\overline{(\mathbf{u}'_\alpha \cdot \mathbf{u}'_\beta)} \cdot U_\infty^{-2}$	Z	EZ	MZ	PV	V
$\overline{(\mathbf{u}'_1 \cdot \mathbf{u}'_1)} \cdot U_\infty^{-2}$	+ 0.220	+ 0.140	+ 0.240	+ 0.100	+ 0.100
$\overline{(\mathbf{u}'_1 \cdot \mathbf{u}'_2)} \cdot U_\infty^{-2}$	-+ 0.120	-+ 0.085	-+ 0.140	-+ 0.060	-+ 0.070
$\overline{(\mathbf{u}'_1 \cdot \mathbf{u}'_3)} \cdot U_\infty^{-2}$	-+ 0.005	-+ 0.006	-+ 0.027	-+ 0.028	-+ 0.034
$\overline{(\mathbf{u}'_2 \cdot \mathbf{u}'_2)} \cdot U_\infty^{-2}$	+ 0.440	+ 0.280	+ 0.480	+ 0.160	+ 0.170
$\overline{(\mathbf{u}'_2 \cdot \mathbf{u}'_3)} \cdot U_\infty^{-2}$	-+ 0.005	-+ 0.006	-+ 0.036	-+ 0.022	-+ 0.020
$\overline{(\mathbf{u}'_3 \cdot \mathbf{u}'_3)} \cdot U_\infty^{-2}$	+ 0.040	+ 0.013	+ 0.059	+ 0.070	+ 0.080

Tabelle. 5.1 Extrema des Reynoldsspannungstensors der umströmten Geometrien

Die Validierungsuntersuchungen zeigen neue Erkenntnisse in der grundlegenden Zylinderumströmung bei einer Reynoldszahl von 500. Das Schwanken des Produktionsbereiches im Zylindernachlauf ist ein Transitionseffekt. In dem aufgetretenen Phänomen ist die Trennung der einzelnen interferierenden Strömungsstrukturen noch relativ einfach und gut anschaulich. Momentan befinden sich die numerischen und experimentellen Strömungsfelder in einer POD – Zerlegungen in energiesortierte Strömungsmoden. Dies geschieht mit Hilfe der von Dipl.- Ing. M. Jensch am Lehrstuhl Strömungsmechanik der Universität Rostock entwickelten Programmen in der Sprache Matlab. Die Zerlegungen zeigen eine zur Produktionschwankung passende Mode der gemessenen Frequenz mit einem Energiegehalt von 6% der Gesamtenergie des Strömungsfeldes.

Literaturverzeichnis

- [1] Brede, M. (1996): Dreidimensionale Wirbelstrukturen im Zylindernachlauf beim laminar turbulenten Übergang im Reynoldszahlbereich 160 bis 500. Universität Göttingen
- [2] Hanke, W.; Wieskotten, S.; Dehnhardt, G. (2003): Messung hydrodynamischer Spuren für Verhaltensuntersuchungen an Seehunden. D. Dopheide, H. Müller, V. Strunck, B. Ruck, A. Leder, D. Dopheide, (Hrsg.) „Lasermethoden in der Strömungsmechanik“ – 11. Fachtagung der GALA e.V. 2003, PTB Braunschweig, p. 44.1 – 44.1
- [3] Leder, A. (1983): Laser – Doppler – Untersuchungen und einige theoretische Überlegungen zur Struktur von Totwasserströmungen. Fortschritt – Berichte der VDI – Zeitschrift Reihe 7, Nr. 78
- [4] Michael, M. (2008): Numerische Simulationen der instationären Strömungstopologie im Nachlauf einer Seehundvibrisse, Universität Rostock
- [5] OpenCFD. Openfoam, 2008. URL: <http://www.opencfd.co.uk/openfoam/>
- [6] Witte, M. (2007): Stereo-MikroPIV-Untersuchung mikrofluidischer Strömungen im Nachlauf einer Seehundvibrisse. Universität Rostock

Anhang

A. PIV – Messung eines Zylinders bei $Re = 500$ zur Ergebnisvalidierung

Zur Validierung der numerische Berechnungen ist das zeit aufgelöste ebene Geschwindigkeitsfeld im Nachlauf eines Zylinders bei $Re = 500$ mit der Methode der Particle-Image-Velocimetry ermittelt.

Die PIV Methode unterteilt sich grundlegend in zwei Schritte. Der Erste ist die Gewinnung der Doppelbilder aus dem Versuchsaufbau.

Der Zweite ist die Berechnung der Geschwindigkeitsfelder aus diesen Teilchenaufnahmen.

Die benötigten Teilchenbilder sind im Windkanal der Universität Rostock Lehrstuhl Strömungsmechanik gewonnen. Dazu wurde der Zylinder in der Messstrecke montiert und der strömungsrelevante Nachlaufbereich für den Laserlichtschnitt zugänglich gemacht. Der nun vorhandene Lichtschnitt erzeugte genug Energie um das Streulicht der Einzelteilchen mit einer Doppelbildkamera in Teilchenbildern fotografisch fest zu halten.

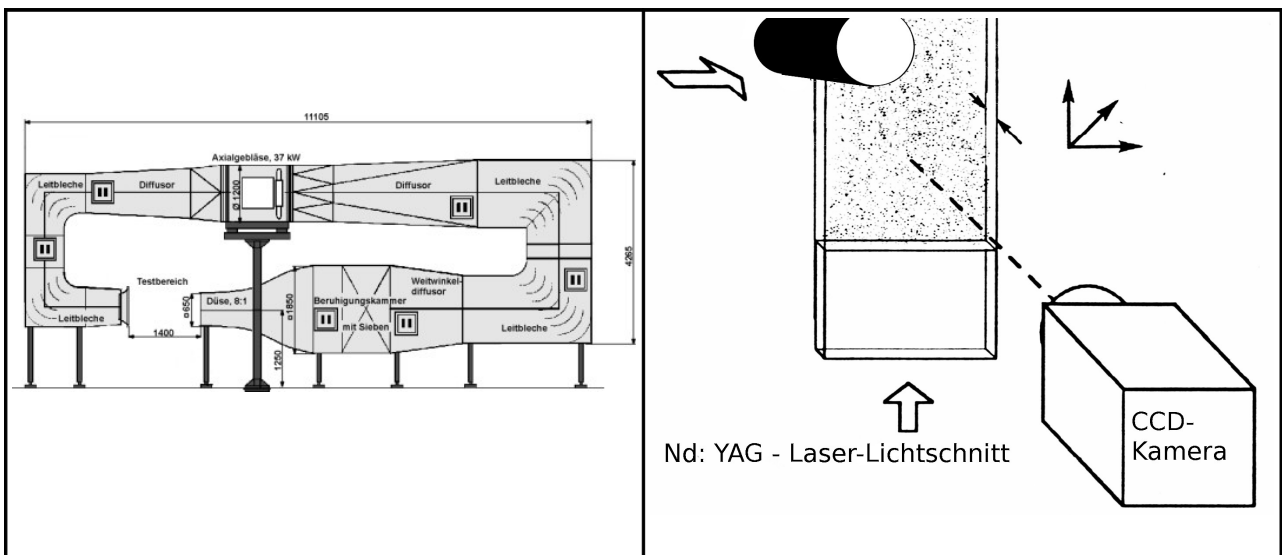


Abb. A.1 Windkanal des LSM & schematische Messstrecke

Die dimensionslose Teilchendichte $P_p \ll 1$ ist ein Kriterium für eine PIV – nützliche Teilchenkonzentration. Sie errechnete sich aus:

$$P_p = C \cdot \Delta y_0 \cdot \frac{d_a^2}{M^2} \quad (\text{A.1})$$

$$C = \frac{\text{Teilchenanzahl}}{dV}$$

$$\Delta y_0 = \text{Lichtschnittdicke}$$

$$d_a = \text{abgebildeter Teilchendurchmesser (Beugung !!)}$$

$$M = \text{Abbildungsmaßstab}$$

Die dimensionslose Teilchendichte muss im Fall der Particle-Image-Velocimetry viel kleiner als 1 seinen. Dies ist in diesem Windkanalversuch mit einer Streuteilchengröße von $\frac{d_p}{\lambda} \approx 1$ gegeben ist. λ bezeichnet die Wellenlänge des Laserlichtes.

Bei einer Reynoldszahl von $R_e = 500$ ergibt sich mit dem Zylinderdurchmesser $D = 0.007\text{ m}$ und der kinematischen Viskosität für Luft bei Raumtemperatur $\nu = 1.558 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ eine Anströmgeschwindigkeit $U_\infty = 1.1 \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Die Anströmgeschwindigkeit wurde über den Vorkammerdruck des Windkanals mit Hilfe der Kontraktionszahl $K = \frac{A_1}{A_2}$ bestimmt und gesteuert. Um eine Bezug zwischen den Teilchenaufnahmen in Pixelbildern der Kamera und den wahren physikalischen Längeneinheiten der Strömung zu erhalten muss die Messung kalibriert werden. Dazu ist im voll justierten Versuchsaufbau eine bekannte Längeneinheit, hier Kalibriermuster, fotografiert. Aus dieser Aufnahme ist das Länge/Pixel – Verhältnis μ bestimmt :

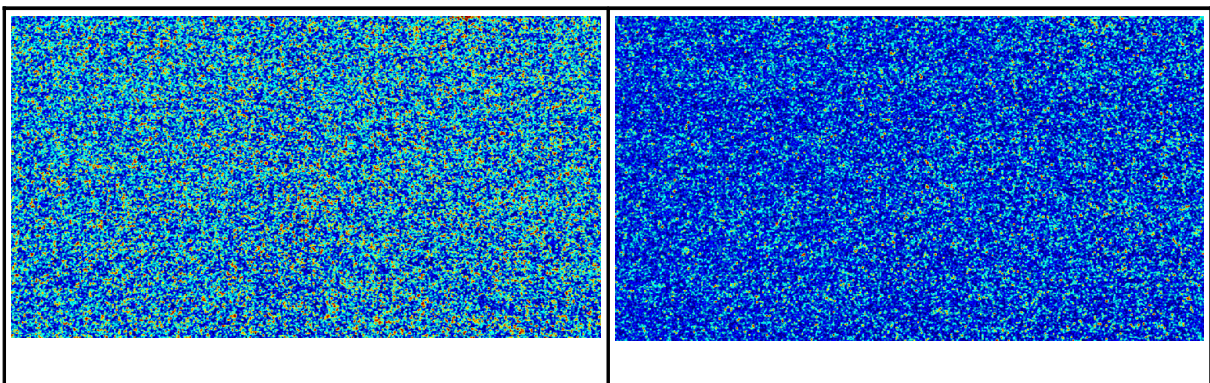
$$\mu = \frac{l_p}{\Delta \bar{x}} \quad (\text{A.2})$$

bekannter Punkteabstand $l_p [\text{mm}]$
 gemittelter Pixelpunkteabstand $\Delta \bar{x} [\text{pix}]$

Die Zeit zwischen den beiden Teilchenbildern eines Doppelbildes beträgt $\Delta t = 2 \cdot 10^{-5} \text{ s}$. Um ein zeitlich aufgelöstes Geschwindigkeitsfeld zu erhalten sind in diesem Experiment mit einer Messfrequenz von $f_M = 1000 \text{ Hz}$ 3200 Doppelbilder erfasst.

Maximal 10% substituierte (fehlerhafte) Vektoren sind im endgültigen Geschwindigkeitsfeld erstrebenswert. Daher bedürfen die einzelnen Doppelbilder einiger Optimierungen in Hinsicht auf die Intensität, Sichtbarkeit, Identifizierung ihrer darstellenden Teilchenverschiebungen. Damit wird eine Basis für die Gewinnung deutlicher Maxima in den dann folgenden Korrelationsmethoden geschaffen.

Die Teilchenaufnahmen sind $n \cdot m = 1280 \cdot 1024$ Pixel groß und können dementsprechend in einer $n \cdot m$ Matrix dargestellt und ausgewertet werden.



Abb, A.2 Beispiel Doppelbild in Matrixform in Farbwerten

Die Aufnahmen, Abbildung A.2, sind in $i=64 \cdot 64$ Pixel Abfragebereiche unterteilt. Die jeweiligen äquivalenten $64 \cdot 64$ Pixel Bereiche $A_{mn} \wedge B_{kl}$ der Teilchenaufnahmen sind mit einander gekreuzkorreliert.

$$C_{ij} = \sum_{m=1}^{M=64} \sum_{n=1}^{N=64} A_{mn} \cdot \text{conj}(B_{(n+i)(m+j)}) \quad 1 \leq i \leq 129 ; 1 \leq j \leq 129 \quad (\text{A.3})$$

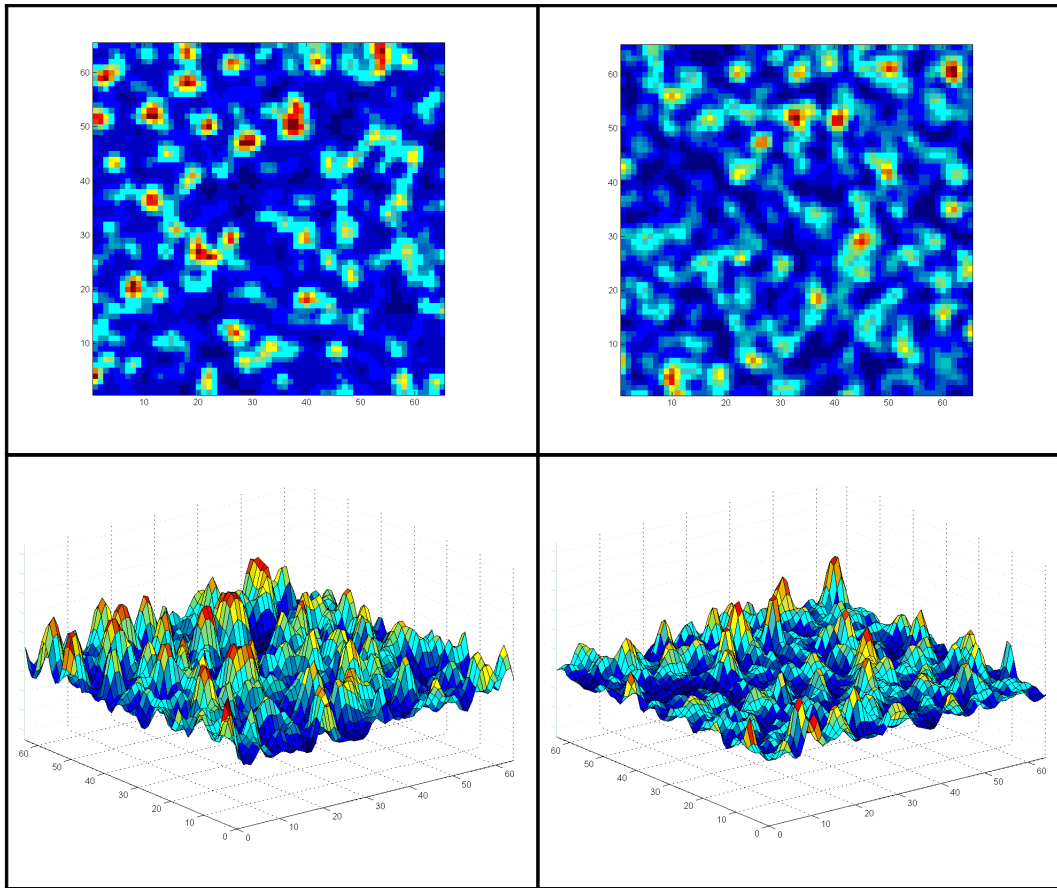


Abb. A.3 Beispiel Abfragebereiche für $A_{mn} \wedge B_{kl}$

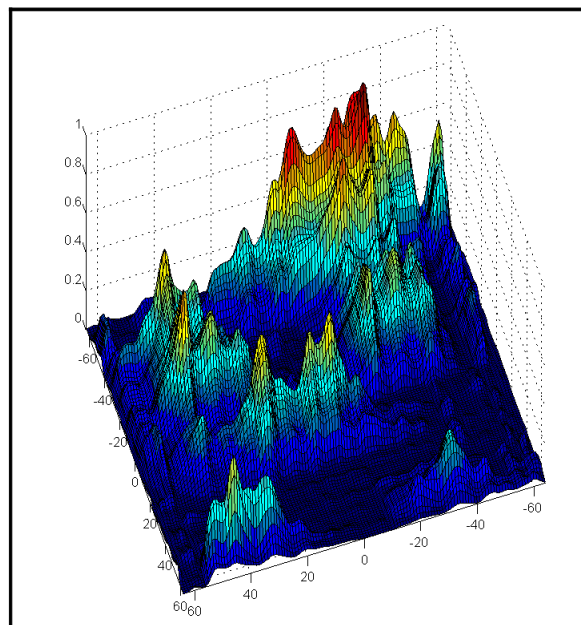


Abb. A.4 Kreuzkorrelationen C_{ij}

Eine Komponente der Matrizen enthält den Wert eines Pixels. Der Pixelversatz des Maxima in C_{ij} zum Koordinatenursprung beschreibt die Vektorrichtung der Teilchenverschiebungen. Mit dem Verhältnis $\mu = \left[\frac{m}{pix} \right]$, von Pixel zu physikalischer

Längeneinheit des durch die Kamera aufgenommenen Messfeldes, errechnet sich die Teilchenverschiebung $X [m]$. Mit der bekannten Pulsdauer $\Delta t = 2 \cdot 10^{-5} s$ des Doppelbildes ist der Geschwindigkeitsvektor $U_i [\frac{m}{s}]$ für den einzelnen $64 \cdot 64 \text{ Pixel}$ Bereiche gewonnen. Die Menge der Geschwindigkeitsvektoren pro Doppelbild ist durch die Größe der i - Abfragebereiche und durch die Überlappung der einzelnen Bereiche zu einander bestimmt. Da das Geschwindigkeitsfeld sich aus diesen einzelnen Korrelationsbereichen aufbaut wie Abb. A.5 beispielhaft zeigt.

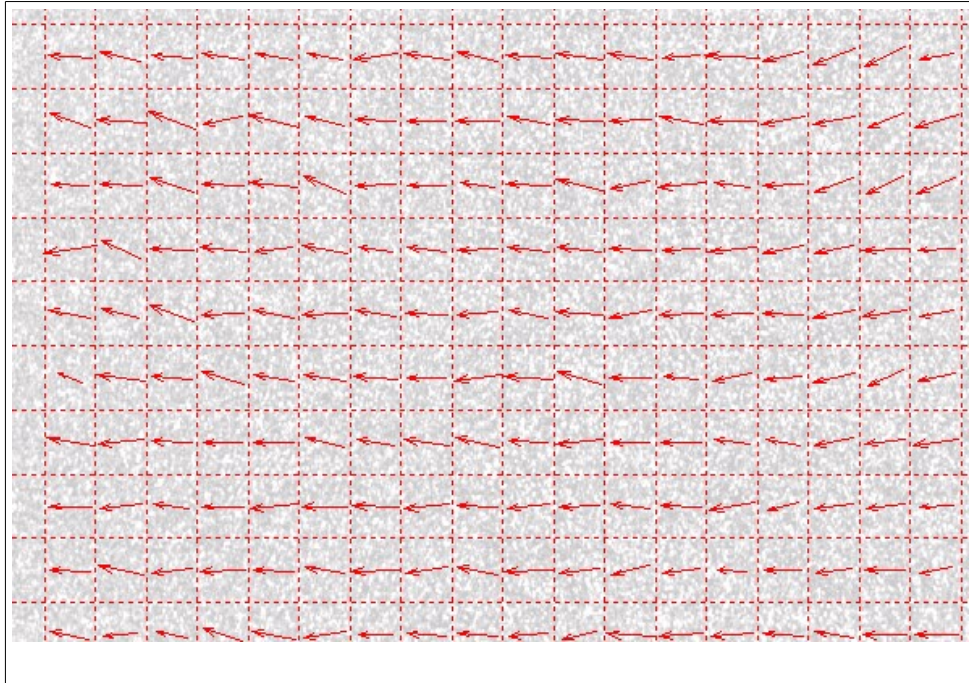


Abb. A.5 Beispiel Doppelbild: Korrelationsbereiche ohne Überlappung.

Zur endgültigen Gewinnung aller Geschwindigkeitsfelder aus den aufgenommenen Doppelbildern wurden $32 \cdot 32 \text{ Pixel}$ Fenster mit 50% Überlappung zur Kreuzkorrelation benutzt. Ein dadurch entstehendes dementsprechend dichtes Vektorfeld ist in Abb. A.6 dargestellt.

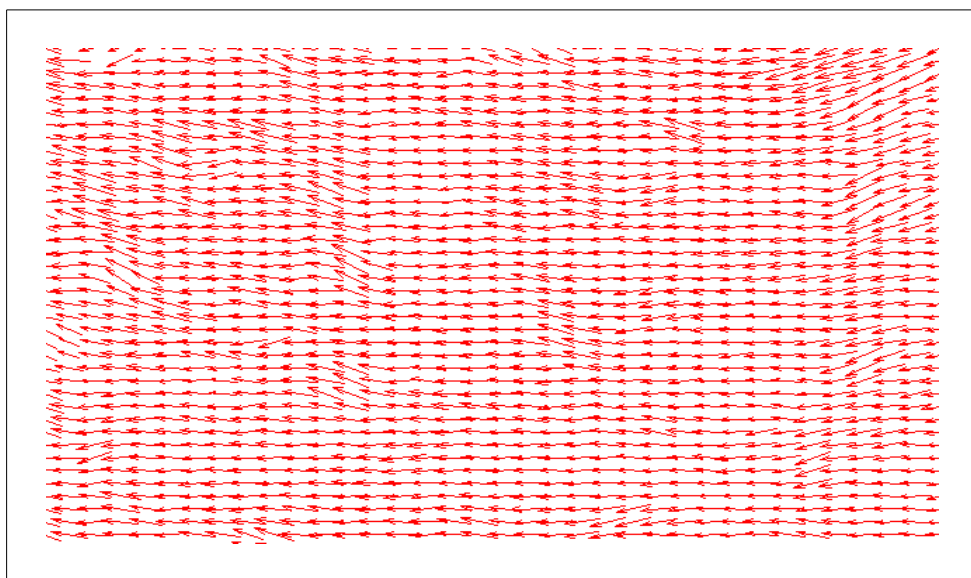


Abb. A.6 Beispiel Geschwindigkeitsfeld

In Abb. A.7 sind instantane Ergebnisse dieser Messung einer Zylinderumströmung bei $R_e = 500$ dargestellt. Diese zeitlich aufgelöste Messung macht ebenfalls Frequenzanalysen der Geschwindigkeitsfelder möglich.

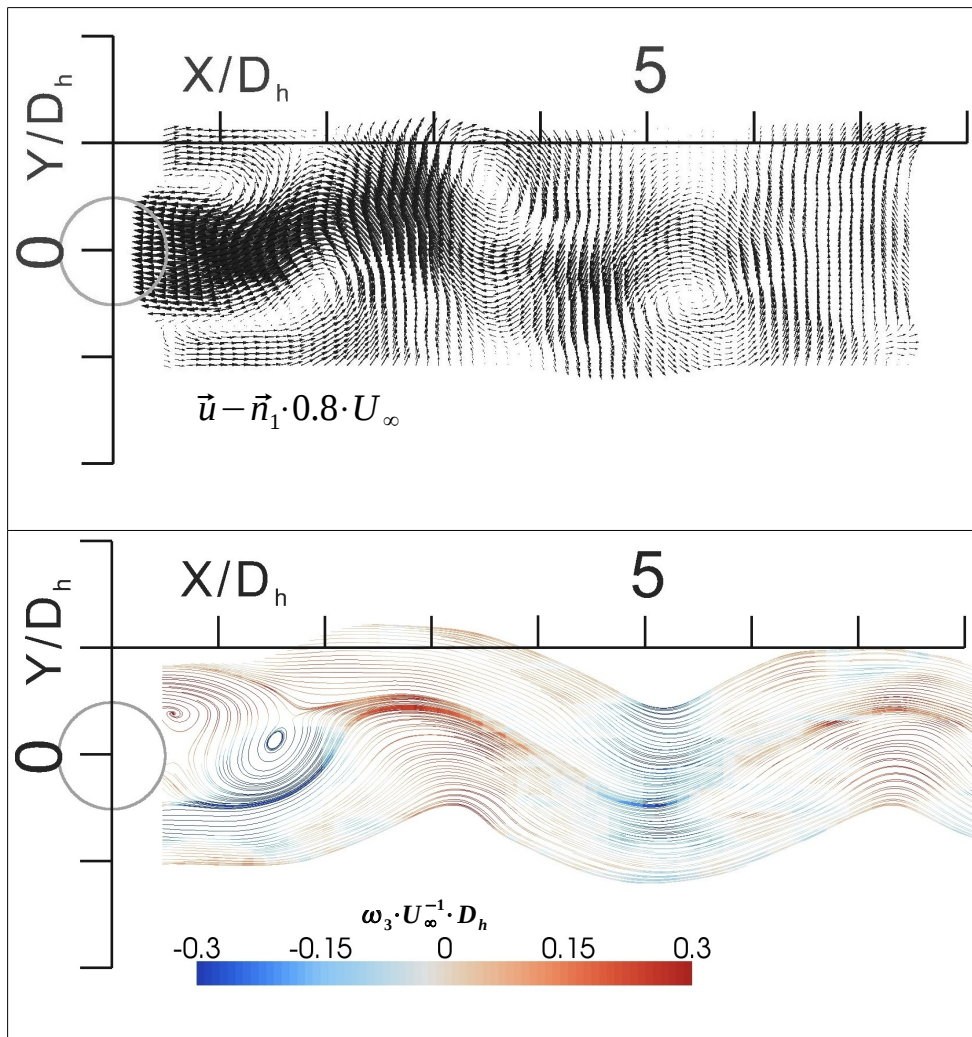


Abb. A.7 Vektorfeld und Stromlinien eines instantanen Zeitschnittes

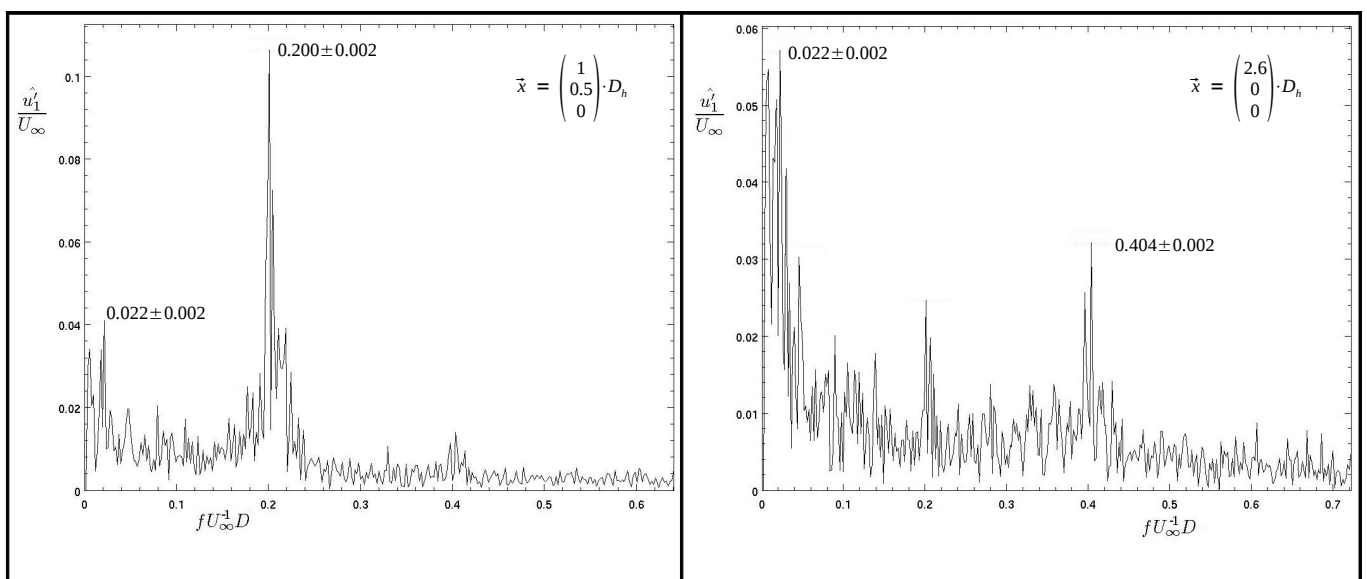


Abb. A.8.a Erläuterung unten

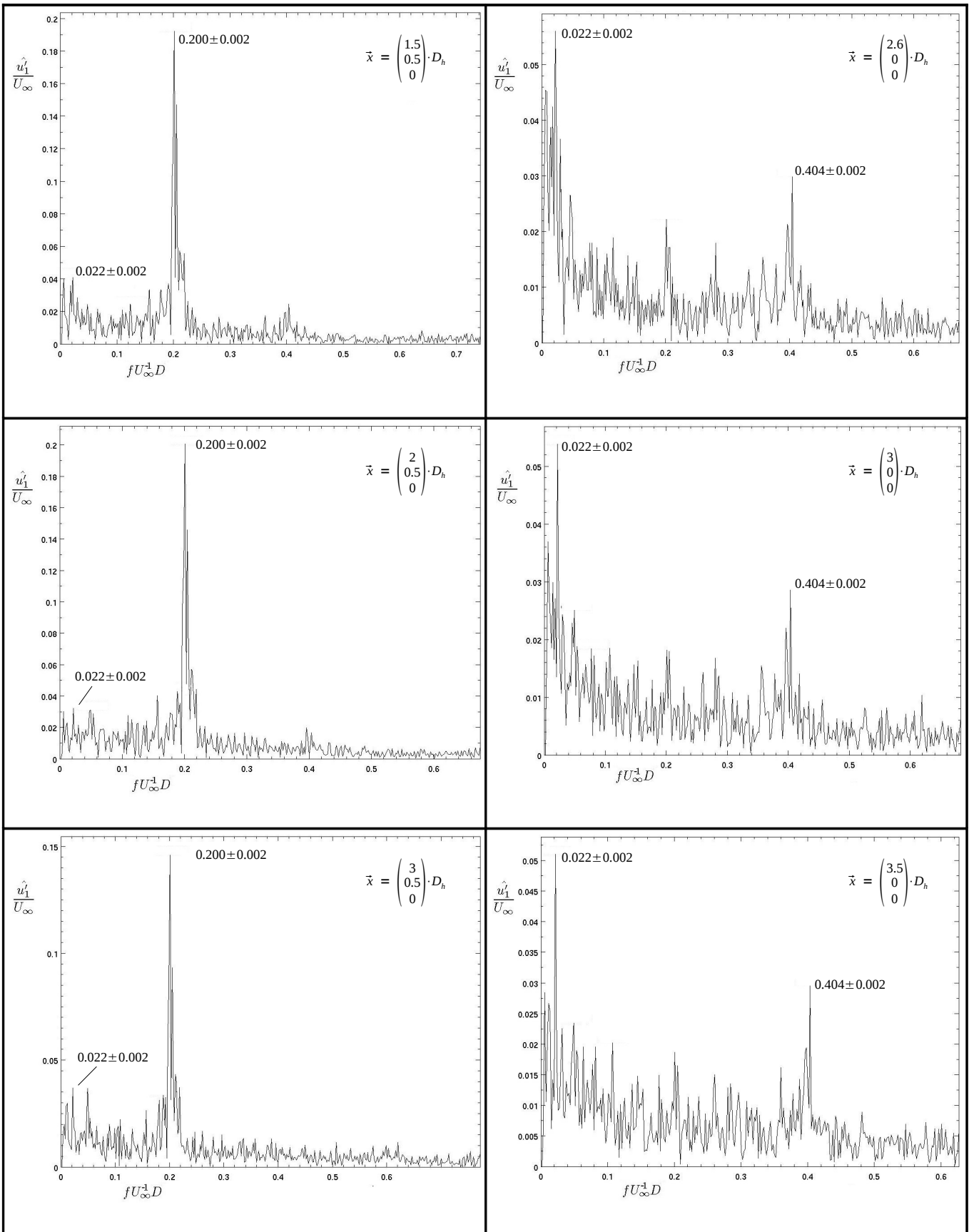


Abb. A.8.b Erläuterung unten

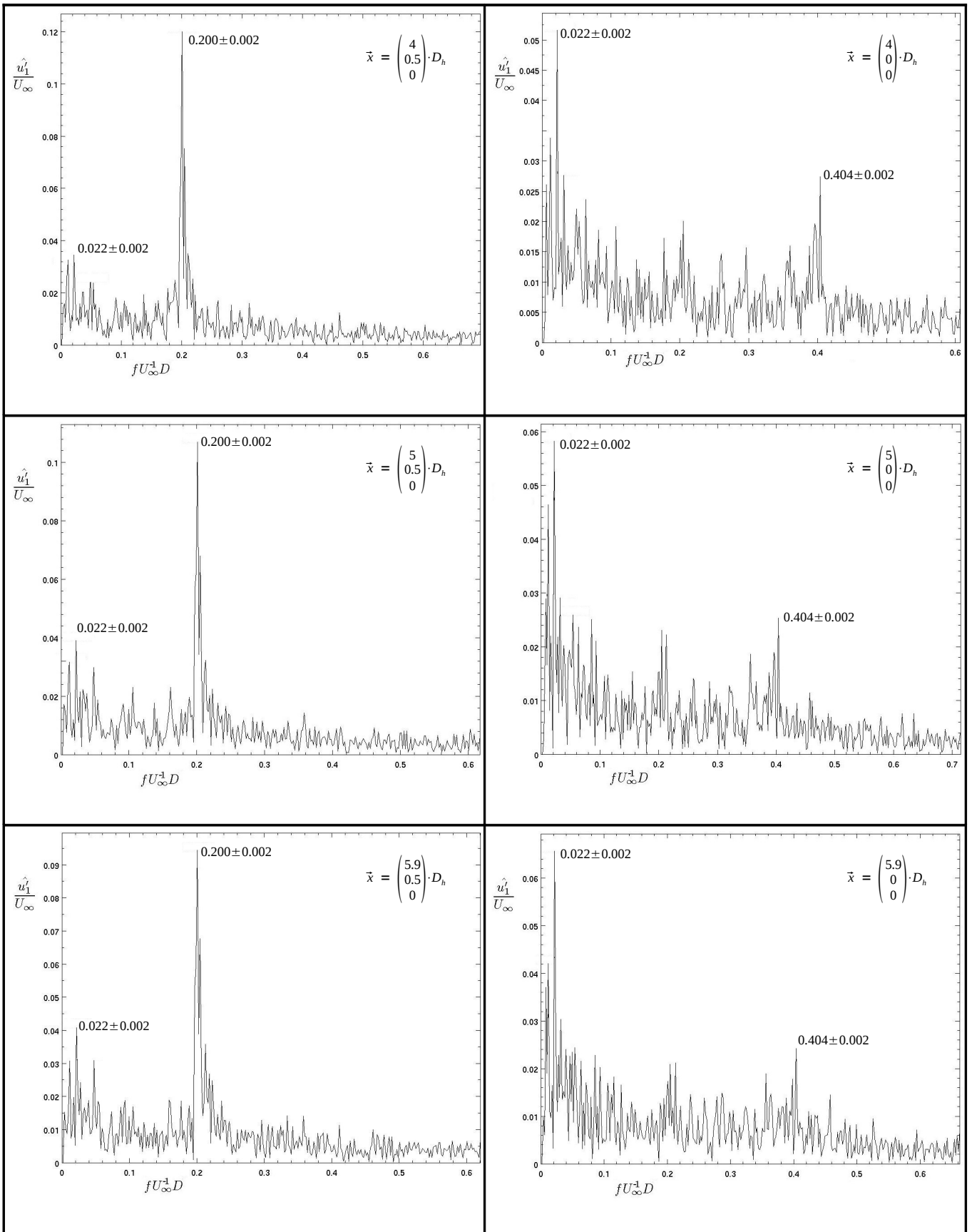


Abb. A.8.c Erläuterung unten

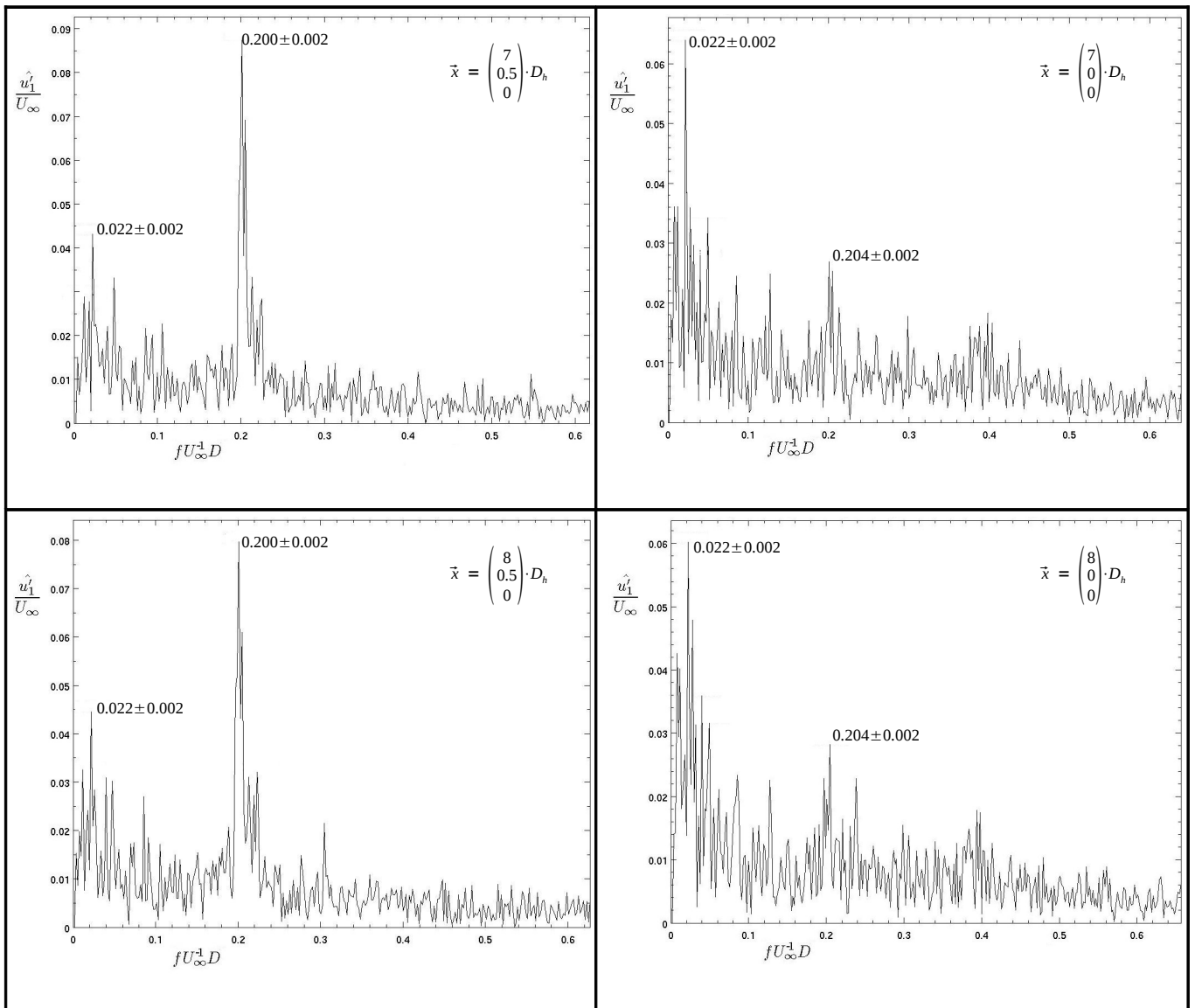


Abb. A.8.d Amplitudenspektrum der Schwankungen der Geschwindigkeitskomponente in Richtung der Anströmung $\hat{u}'_1(x_\alpha, f) \cdot U_\infty^{-1}$ aus den PIV – Messungen an ausgewählten Punkten x_α entlang der Achse x_1 (2. Spalte) und parallel dazu bei $x_2 = 0.5 \cdot D_h$ (1. Spalte) tangential am Zylinder

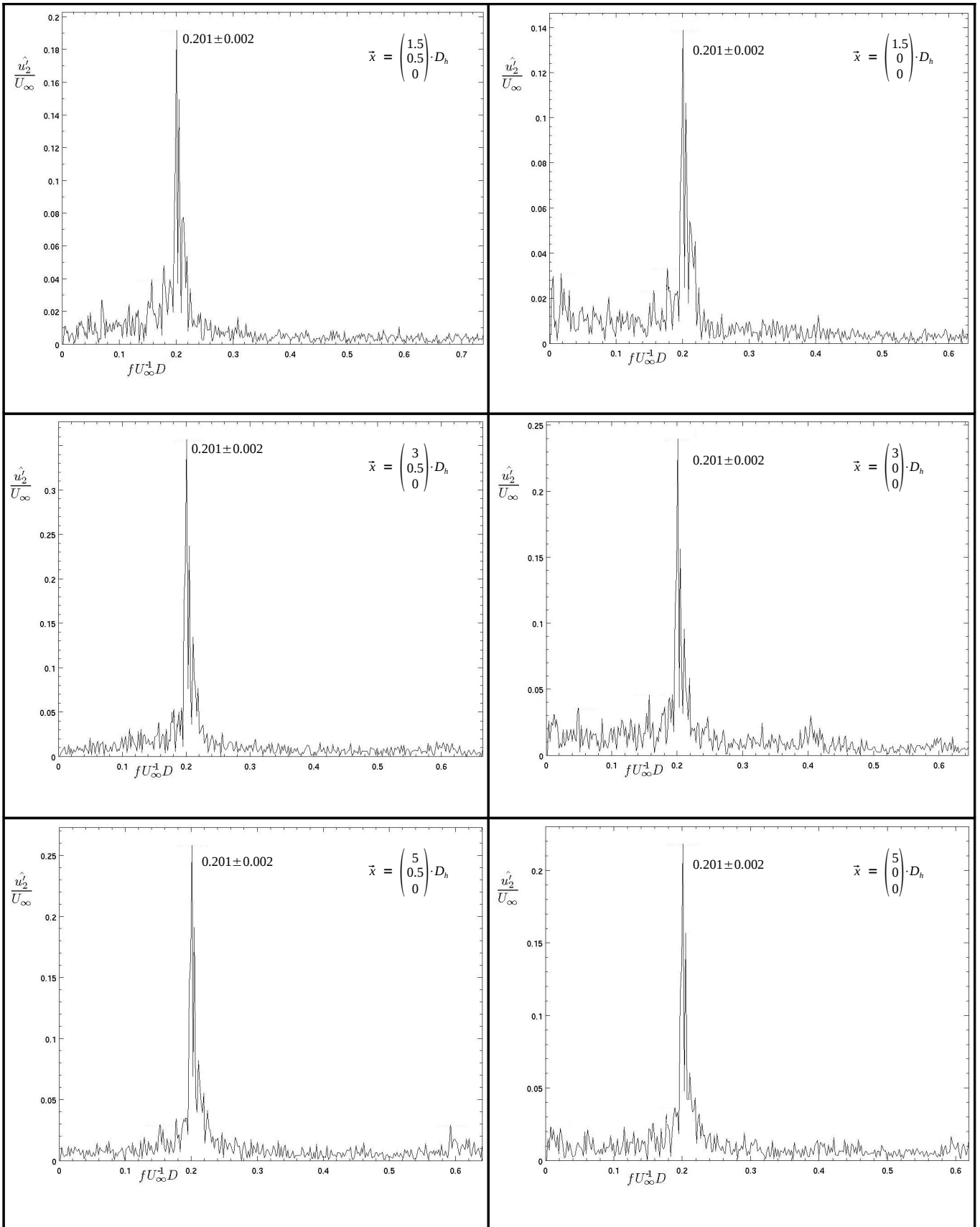


Abb. A.9 Amplitudenspektrum der Schwankungen der Geschwindigkeitskomponente quer zur Richtung der Anströmung $\hat{u}'_2(x_\alpha, f) \cdot U_\infty^{-1}$ aus den PIV – Messungen an ausgewählten Punkten x_α entlang der Achse x_1 (2. Spalte) und parallel dazu bei $x_2 = 0.5 \cdot D_h$ (1. Spalte) tangential am Zylinder

